



REGIONÁLIS- ÉS GAZDASÁGTUDOMÁNYI
DOKTORI ISKOLA

Vezető: Prof. Dr. Dusek Tamás egyetemi tanár

Bakó Ferenc

okleveles közgazdász

A láthatósági gráf eljárás alkalmazása az európai országok
áramtőzsdei folyamatainak vizsgálatára

A doktori értekezés tézisei

Dr. habil. Csizmadia Zoltán PhD
tudományos dékánhelyettes, tanszékvezető, egyetemi docens

Prof. Dr. Dusek Tamás PhD
a doktori iskola vezetője, tanszékvezető, egyetemi tanár

Győr

2022. december

Széchenyi István Egyetem

Tartalomjegyzék

A disszertáció célja, kutatási kérdései és hipotézisei.....	4
A kutatás módszertana	16
Az alap láthatósági gráf	19
A kutatás eredményei, a hipotézisek igazolása.....	23
A disszertáció új tudományos eredményeinek összefoglalása	33
A tézisfüzetben említett irodalmak	41
A szerzőnek a témakörben megjelent publikációi és konferencia előadásai	43
Goals, research questions and hypotheses of the thesis.....	46
Research Methodology	56
The visibility graph.....	58
Results of the research, verification of the hypotheses.....	61
Summary of new scientific findings from the dissertation	70
Literature cited in the thesis.....	78
Author's publications and conference presentations on this topic	80

A disszertáció célja, kutatási kérdései és hipotézisei

Az energiapiac, azon belül is az áramtőzsde egy dinamikusan fejlődő rendszer, amely egyre több tagot számláló befektetőből, kereskedőből áll. Mindezen belül a közvetlenül megjelenő fogyasztók száma is emelkedő tendenciát mutat az utóbbi néhány évben. A piacon bonyolult kölcsönhatások uralkodnak, hiszen az energia, legfőképp az elektromos áram olyan termék, melynek tárolása körülményes és költséges. A piacon tevékenykedő szereplők külső és belső információkat felhasználva alakítják az árakat, aminek sztochasztikus dinamikán alapuló elemzése még nem számottevő a tudományos világban, legfőképpen, ha mindezt például a pénzügyi piacokhoz és tőzsdékhez hasonlítjuk (Grau-Carles, 2001; Lo, 1991; Mantegna & Stanley, 1999).

Az árampiac mind technikai mind pedig érdemi deregulációt mutat, ami annyit jelent, hogy a kereskedelem platformja folyamatosan decentralizálttá válik, a dereguláció jogi értelemben pedig a jogi (túl)szabályozottság mértékének csökkenését jelenti. Ezek a folyamatok pedig szükségessé teszik, hogy az itt zajló piaci mechanizmusokat mélyebben megértsük, főképp, ha az üzleti világban jártas kereskedőkön és befektetőkön kívül folyamatosan jelennek meg rajta a háztartások, mint az itt értékesített termékek végső felhasználói. Habár a fogyasztók elkezdtek megjelenni az áramtőzsdén, az árak kialakítása, kialakulása még mindig a piaci üzleti befektetők közötti interakcióknak köszönhető. Így a piaci modellezéshez, melynek kulcstényezője az árazási mechanizmus jobb megértése szükséges ahhoz, hogy a jövőben nagyobb számban megjelenő háztartások számára is képet tudjunk alkotni az itt zajló folyamatokról, így kialakítva számukra egy olyan piaci helyzetképet, amely a valós idejű

árzás melletti fogyasztási profiljuk kialakításához információt nyújthat. A sikeres stratégia kialakításához tehát elengedhetetlen e komplex rendszer viselkedésének megértése (Anderson, 1972; Bouchaud & Potters, 2000).

Mindezek értelmében az árampiac, mind a tőzsdei, mind pedig a nagykereskedelmi szegmensét ideértve, nem vizsgálhatók elszigetelt egységeként. A jelenlegi áringadozásokat és azok kiváltó okait egy komplex hálózatban kell keresni, nem pedig kizárólag az ország árampiacán belül.

Az értekezés célja

Mint minden piacon, az árak az energiaszektorban is változnak. Ezek a változások azonban lényegesen volatilibbek, mint a hétköznapi fogyasztási cikkek piacán. Értekezésem célja egy újszerű módszertan bemutatása, mellyel idősorok alakíthatóak át gráfokká¹. Mivel a láthatósági gráf módszertanának nemzetközi szakirodalma még nagyon hiányos, Magyarországon pedig egyetlen cikk sem foglalkozott érdemben a témával, az egyik legnagyobb potenciál ennek kidolgozásában és tesztelésében rejlik. Lehetőségem adódott arra, hogy különböző tulajdonságokkal rendelkező elméleti idősorokon vizsgáljam, hogy a gráffá alakított idősorok milyen eltérő tulajdonságokkal rendelkeznek, milyen gráfszerkezetbe rendeződnek a vizsgált idősorok globális és lokális maximumait

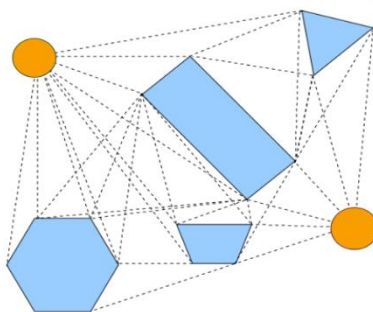
¹ Disszertációban a gráf és hálózat szó egymás szinonimái. A tudományos munkákban gráfként említik, ha a csúcspontok és élek rendszerét matematikai szempontok szerint, általánosan vizsgálják, hálózatként hivatkoznak rá, ha konkrét társadalmi, informatikai, biológiai hálózatokról van szó, az utóbbi időkben megjelent művekben viszont gyakran mindkét szóhasználat megjelenik.

reprezentáló csúcspontok, miként alkotnak közösségeket a gráfban a völgyidőszakok megfigyelt értékei és így tovább.

Vajon honnan jött a gondolata egy idősor gráfként történő leképezésének és hogyan is működik ez az eljárás?

Láthatósági gráfokat az építészetben, a robottechnológiában és még számos egyéb tudományterületen alkalmaznak. Az építészetben leggyakrabban az épületkörnyezeti tervezésnél találkozhatunk vele. Azokban a városokban, ahol nagy számban épülnek felhőkarcolók és más magas épületek, fontos a megfelelő fényáramlás biztosítása többek között a megfelelő komfortérzet biztosítása érdekében. Ennek feltérképezéséhez szükséges megvizsgálni, hogy a tervezett épület esetében merre, milyen távolságokba lehet majd ellátni az egyes szinteken, hány épület akadályozza majd a kilátást az ingatlanból. Ezt sokszor gráfszerkezetben ábrázolják, melyet az alábbi ábra szemléltet. A narancs színű alakzatok a tervezett, a kék alakzatok pedig a már megépült épületeket szimbolizálják.

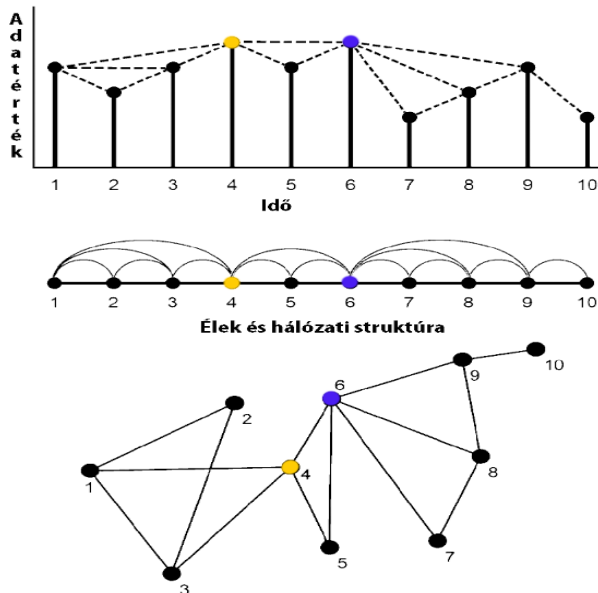
1. ábra: A láthatósági gráf alkalmazása az épületkörnyezet vizsgálatában



Forrás: saját szerkesztés

Ezen analógia mentén egyszerűen fogalmazva, a láthatósági gráf eljárását úgy kell elképzelni, hogy az idősorok minden egyes megfigyelt értékét oszlopdiaqramon ábrázoljuk, majd gondoljunk minden oszlopra egy-egy magas épületként. Amennyiben az egyik ilyen „épület” tetejére kiállunk, mely másik „épületeket” láthatjuk onnan egy kétdimenziós térben? Visszatérve az eredeti gondolatmenethez, ettől fogva azokat az időpontokat, melyek egymás számára láthatóak, tehát közük folytonos egyenes vonal húzható, összekapcsoljuk. Ők egy éllel összekapcsolt pontpárt alkotnak a létrejövő gráfban. A logikát grafikusán a 2-es ábra szemlélteti (mellyel a későbbiekben a módszertani részben még újra foglalkozom).

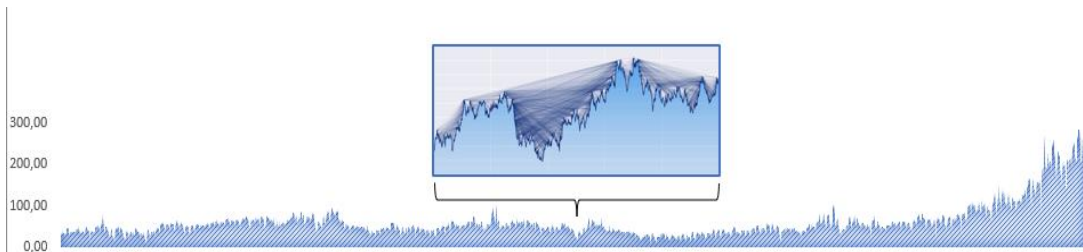
2. ábra: Az idősorok gráffá alakításának folyamatábrája



Forrás: (Lacasa et al., 2008) munkája alapján

Mint látni fogjuk, a hálózatokba az eredeti idősorok számos tulajdonsága átöröklődik. Segítségével könnyebben összehasonlíthatóvá válnak a különböző területeken (földrajzi terek, társadalmi terek, politikai terek stb.) gyűjtött adathalmazok. A láthatósági gráf algoritmusával a véletlen sorozatok, idősorok véletlenszerű gráfokká, a periodikus sorozatok pedig valamilyen szabályos gráfokká alakulnak. A fő célkitűzésem annak tanulmányozása, hogy a gráfelmélet technikái miként használhatóak a térben eltérő helyen mért adatok idősorainak jellemzésére. Amint a doktori értekezés későbbi részeiben látható lesz, a hálózat számos, nem triviális információt tár fel magáról a sorozatról, illetve annak területi jellegéről. Az egyik legfontosabb motiváló tényezőm, hogy bemutassam, az összetett hálózatok értékesek az idősorokban történő információbányászat szempontjából. Ezért az idősorok hálózatokká való alakítása és elemzése egyedülálló, újszerű perspektívává válik az elemzések és előrejelzések készítéséhez. Ily módon a statisztikai jellemzők geometriai formában jelennek meg, így az idősorok több részletét lehet feltárni. Az eljárás valódi előnye pedig az olyan idősorok esetében mutatkozik meg igazán, melyek nagyon sok, gyakori megfigyelést tartalmaznak, így a hagyományos (grafikus) elemzéssel csak korlátozottan vagy komolyabb munkával elemezhetők. Így került a vizsgálatom fókuszába az áramtőzsde, amely a 2018.01.01-2022.03.03. közötti időszakban több mint 1 300 megfigyelést tartalmaz (3. ábra).

3. ábra: A grafikus elemzés nehézségei



Forrás: saját szerkesztés

A fenti ábrából már jól érzékelhető, hogy a nagyszámú megfigyelések miként nehezítik meg az elemző munkát. Az áramtőzsdei idősorok pedig rendre fraktál jelleggel rendelkeznek, ami tulajdonképpen azt jelenti, hogy az idősorra közelítve (nagyítva) további ciklusokat találunk. A 3-as ábrán, a kiemelt nagyításban a hálózatban kialakuló élek logikáját is láthatjuk.

Az értekezés felépítése és hipotézisei

Értekezésem első felében arra keresem a választ, hogy miként épül fel az európai árampiac és (K_I) milyen szerepet játszanak az árak alakításában az egyes területek áramtőzsdéi. Ennek megválaszolásához tágabb áttekintést adok az árampiacról, annak működéséről, struktúrájáról. Külön fejezetben tárgyalom a megújuló energiaforrások piacát, valamint az Európai Unió szén-dioxid kibocsátás korlátozásra irányuló ún. EU ETS rendszerét. Ez utóbbi a dráguló nyersanyagárok mellett további árfelhajtó hatást gyakorol az energiaárra, mellyel az Unió célja a megújuló energiaforrások telepítésének ösztönzése és a klíma védelme. A megújuló termelők egyik nagy előnye a közvetlen szén-dioxid kibocsátás csökkenése – nem szólva most a közvetett környezetterhelő hatásairól – ugyanakkor az

áramtermelésben és a rendszerterhelés-szabályozásban, ezáltal az áringadozásban, mint azt látni fogjuk, nagy szerepet játszik. Külön nagy fejezetet szentelek a regionális áramtőzsdéknek, mivel a későbbiekben bemutatott új kutatási módszer tesztelésének alapjául szolgálnak.

Munkám következő nagy szakaszában első lépésként a hagyományos idősorelemzési technikákkal vizsgálom meg az áramtőzsdék idősorait. Ide az alábbi kutatási kérdést fogalmazom meg: (K_2) *milyen statisztikai tulajdonságokkal rendelkeznek az országok áramtőzsdéinek árai?* Ennek vizsgálata azért is fontos, mert még csak nagyon kevés támpontot nyújtó szakirodalom áll rendelkezésre arról, hogy az idősorok egyes tulajdonságai milyen hálózati topológiai tulajdonságokban mutatkoznak meg. A valós adathalmaz mellett egy mesterségesen létrehozott, véletlen bolyongású idősort is bevonok az elemzésbe, mint referenciapontot, melyet a hatékony piacok vizsgálatánál is gyakran alkalmaznak. Ez a véletlen folyamat az ún. *Brown-mozgás*. Itt alkotom meg első hipotézisemet, miszerint:

H_1 : Az egyes országok áramtőzsdéinek idősorai perzisztens jellemzővel bírnak.

A hipotézis tehát arra a feltevésre utal, hogy az idősor megfigyelései pozitív korrelációban állnak egymással. Amennyiben a megfigyelt piacon áremelkedés indul meg, az a folyamat az időben egy bizonyos szakaszon folytatódni fog, mielőtt a piaci mechanizmusok korrigálnák a folyamatot. Az idősorok véletlenszerű vagy épp trendszerű alakulásának vizsgálatához szükséges a *Hurst-index* alkalmazása, mely megadja az idősor volatilitását és annak esetleges hosszú távú memóriáját. Az idősorok szakaszolása esetében arra is választ kaphatunk, hogy az adott piaci folyamat *önaffin jellemzővel*

bír-e, tehát minden szakasz közel azonos Hurst-kitevővel rendelkezik. Ennek kapcsán a második hipotézisemet az alábbiak szerint fogalmaztam meg:

H₂: Az országok áramtőzsdéinek ársorai önaffin jellemzővel bírnak.

Az előbbi két hipotézisemet a tanulmányozott és a munkámban hivatkozott szakirodalmak alapján alkottam meg.

Miután alapvető szinten megvizsgáltam az áramtőzsde árainak idősorait, bevezetem értekezésem újabb lényeges tématerületét, a *hálózatelméletet*. Ez a szakasz az elméleti alapokat biztosítja a később alkalmazott *innovatív elemzési módszer* alkalmazásához és értelmezéséhez, a *láthatósági gráf algoritmushoz*. Ehhez bemutatom a hálózatelméletben használt *topológiai mérőszámokat, az alapvető gráfmodelleket* a véletlen gráfoktól egészen a skálafüggetlen hálózatokig. Ezt követően részletesen bemutatom az általam új elemzési eszközként használt láthatósági gráf elméleti vonatkozásait. A bevezetés után mesterségesen létrehozott sorozatokon mutatom be a láthatósági gráfok sajátos topológiáit, melyek viszonyítási alapként szolgálnak tényleges áramtőzsdei vizsgálatokhoz. Számos esetben az elméleti leírás mellé *grafikus megjelenítést* is használok a könnyebb érthetőség érdekében. Ezt követően a valós áramtőzsdék adatait konvertálom gráfokká a bemutatott eljárással és vizsgálom meg azok topológiai tulajdonságait. Az ide vonatkozó kutatási kérdésem a következő: *(K₃) a láthatósági gráfok topológiája milyen többletinformációkkal szolgálhat a vizsgált területek adatairól?* A gráfok hasonlóságát is megvizsgálom, melyhez a gyakran alkalmazott *Jaccard-hasonlóság* mutatót alkalmazom, *módosításokkal* az elfedések elkerülése érdekében. Így csökkentve a hibalehetőségeket a mérés folyamán. A hálózatok

hasonlósága vagy különbsége a térbeli különbségekről is információkat szolgáltat.

Kissé előre szaladva, a magyar áramtőzsde mozgása erős, pozitív korrelációban áll a többi regionális áramtőzsde mozgásával, ami az utóbbi évek területi integrációjának köszönhető. Az európai energiarendszer összetettebbé vált az elmúlt évtizedekben: a liberalizáció felbomlasztotta az integrált energiaszolgáltatókat, és nagyszámú energiapiaci szereplőhöz vezetett. A dekarbonizációs erőfeszítések folyamatosan alakítják a villamosenergia-ellátást. Ami a teljes energiafogyasztást illeti, az Európai Unió nagy fogyasztásorientált népessége, területe és folyamatos gazdasági növekedése miatt az energiafogyasztás iránti kereslet a jövőben várhatóan tovább fog növekedni, ami folyamatos piacfejlesztéshez és területi összekapcsoltsághoz vezet. A területi integráció a kereslet és kínálat egyensúlyának fenntartását segíti elő. Mivel a tőzsdei kereskedők mind ugyanazon a platformon kereskednek, *a piaci anomáliák szinte azonnal begyűrűznek a magyarországi piacra* is, így a továbbiakban topológiai szempontból nem lesz értelme külön vizsgálni a német, román, szlovák vagy bármely más, a hazaival határkeresztező kapcsolatban álló áramtőzsdét. Ennek vonatkozásában ezt követően kizárólag a magyar HUPX áramtőzsde adatait vizsgálom meg részletesen a láthatósági gráf módszerével. Az itt jelentkező kilengések oka szinte az összes esetben egybevág a régióban tapasztalható többi piacon jelentkező extremitások, trendek és ciklusok ok-okozati tényezőivel. Mindez tehát a piaci összekapcsoltság és az egyre fejlődő határkeresztező hálózatok eredménye. Mindazonáltal az elsődleges célom nem az áramtőzsdék viselkedési mintáinak mélyremenő elemzése, hanem egy *új időszorvizsgálati eljárás bemutatása*, melyhez az áramtőzsdéről származó adatok csupán

személtetőeszközként szolgálnak. Az eljárás bármely más nem szigorúan véve folytonos idősoron is alkalmazható. Célom ennek az algoritmusnak a bemutatása és egy *gondolatindító értekezés megalkotása*. A módszertan korántsem lesz tökéletes, annak kidolgozása még hosszú évek munkáját kívánja tőlem és a téma iránt érdeklődő kollégáimtól. A láthatósági gráffal vizsgált magyar HUPX áramtőzsde tulajdonságaira a következő hipotéziseket állítottam fel:

H₃: *A gráfokban kialakuló klaszterek segítségével meghatározhatók a vizsgált időszakban bekövetkező piaci események.*

H₄: *A klaszterek legmagasabb fokszámmal rendelkező csúcspontjai (HUB-ok) globális és lokális maximumértékeket jelölnek.*

H₅: *Az a klaszter, amelyből nem emelhető ki egyértelműen magas fokszámú csúcspont, nyugodt piaci időszakot ölel fel.*

Egy idősor vizsgálata általában grafikus szemrevételezéssel kezdődik. Mint azt azonban gyakran tapasztaljuk, egy hosszabb piaci ciklus ilyen módon történő vizsgálata igencsak körülményes. A grafikus ábrázolás gyakran elrejt olyan kisebb periódusokat a sorozatban, melyek különálló piaci időszakokat ölelnek fel. Ezek a kisebb intervallumok a láthatósági gráf algoritmusával vélhetően könnyebben azonosíthatók, ehhez kapcsolódik a negyedik hipotézisem.

A gráfokban általában vannak központi és kevésbé fókuszban lévő szereplők. Gondoljunk első körben a társadalmi hálózatokra. Vegyük alapul a baráti hálózatunkat. Vannak köztük olyan személyek, akik több, míg mások – főleg, ha introvertált személyiségek – kevesebb kapcsolattal rendelkeznek. Azok a személyek, akik sok barátal

rendelkeznek, ún. HUB-ok, központi szereplők a hálózatban. Feltevésem szerint egy pozitív irányban kialakuló tőzsdei ártüske ugyancsak ilyen HUB-ként jelenik majd meg a hálózatban, ráadásul elválasztja azt egy következő piaci ciklustól, mely a láthatósági gráfban klaszterként jelenik meg. Ide vonatkozik a negyedik és ötödik hipotézisem. Utóbbi azzal a feltevéssel él, hogy az eljárással azonosíthatók olyan piaci ciklust is, amely kevésbé volatilis és nem rendelkezik ártüskékkel. Ezekben a halmazokban nem, vagy korlátozottan figyelhetők meg HUB-ok.

Végezetül *statisztikai elemzéseknek* vetem alá a HUPX idősoraiból létrehozott gráfok *topológiai mérőszámait* és különböző összefüggések kimutatására teszek kísérletet. Ide kapcsolódva fogalmaztam meg az utolsó hipotézisemet:

H₆: *Egy adott időszak árfolyamának extrém eseményeire és volatilitására az átlagos foksám mellett a foksám szórásából lehet következtetni.*

Ezen hipotézis teszteléséhez és bizonyításához a foksám mérőszámokat használom majd fel.

Mint az a bevezetésből is sejthető, dolgozatom nem egy tématerület kizárólagos vizsgálatán alapszik. Sokkal inkább tekinthető *interdiszciplináris munkának*, amely ötvözi a közgazdaságtan, a regionális tudományok, a statisztika és a gráfelmélet ismeretanyagait, melyekből egy *új elemzési módszertan megalkotása a célom*. Értekezésem célkitűzése nem egy megkérdőjelezhetetlen, alapjaiban szilárd és hibátlan módszertan bemutatása. Épp ellenkezőleg; egy új tudományos eljárás bemutatása, gondolatmenetek indítása és lehetőség a tudományos életben történő jövőbeli kutatómunkára. A villamosenergia-piacok kutatásában számos különböző

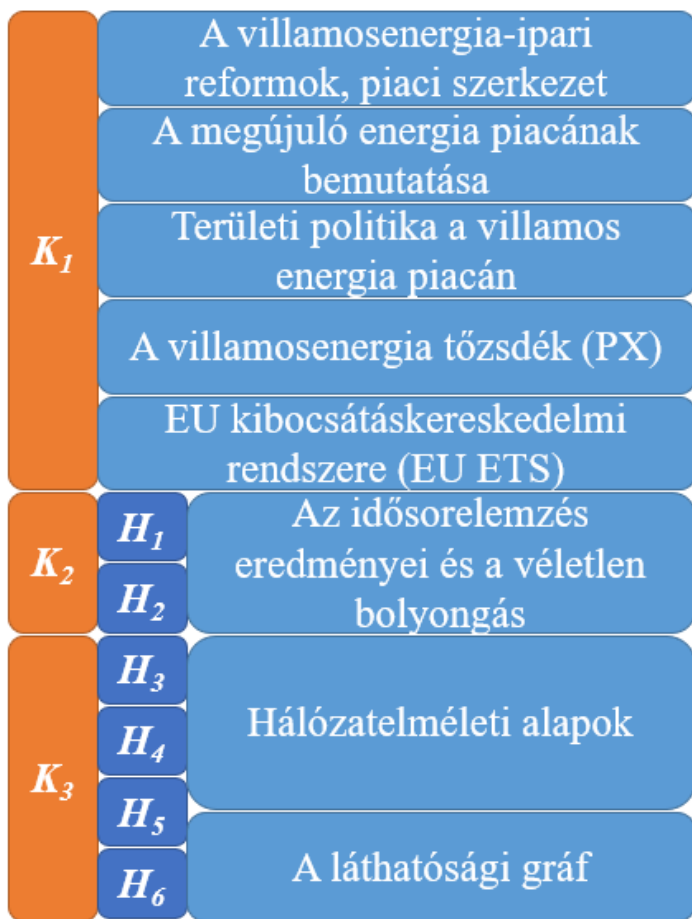
megközelítés, adat és módszer alkalmazásával történtek már jelentős előrelépések. Mindazonáltal komplex hálózatelméletet és módszereket ritkán alkalmaztak árák, legfőképpen elektromos áram árának idősoraira és *ez adja munkám kutatási részét.*

A kutatás módszertana

Annak érdekében, hogy a kutatási kérdéseket minél pontosabban meg tudjam válaszolni, első körben átfogó szakirodalmi kutatást végeztem. Ez a szakirodalmi kutatás két részre bontható. Az első szakasz – az értekezés első hét fejezete – az energiapiaccal, az elektromos áram piacával, a területi politikával az EU-ETS rendszerével és az országok áramtőzsdéivel foglalkozik. A másik széleskörű szakirodalmi kutatás pedig a hálózatelméletet és annak topológiai mérőszámait tárgyalja. Mielőtt azonban rátértem volna a hálózatelmélet témakörére, időszerelemzést végeztem annak érdekében, hogy feltárjam az egyes országok áramtőzsdei idősorainak tulajdonságait. Egy tőzsdei ársorozat vizsgálata leggyakrabban a piaci kockázatok megítélésében és a termékek árának helyes pozicionálásában lehet a szakemberek segítségére. Marossy (2010) a vállalatok gyártási folyamatának energiaigényessége szempontjából úgy közelíti meg az áramtőzsde vizsgálatának fontosságát, hogy feltételezi, a vállalat előre ismeri a felhasználandó energiamennyiséget az elkövetkező három évben. Ekkor az előre szerződés lehetőségére úgy tekint, mint egyfajta kockázatkezelési eszközre, melynek paramétereit az éppen aktuális piaci ár alapján határozza meg. Ezzel szemben, ha egy vállalat kevésbé kockázatkerülő, akkor szereplőként jelenik meg a villamos energia spot piacán, ezzel azonban kockázatos döntés hoz, hiszen az árak előre nem ismertek, a mindenkori piaci folyamatoknak vannak kitéve. Gyakran előfordul, hogy fölös

kapacitásait az áramtermelő szektor szereplői is spot piacokra viszik, így a piac ismerete nem csak a felhasználó, a fogyasztó, hanem a termelő oldaláról nézve is fontos. Ilyenkor van szükségünk arra, hogy különböző matematikai-statisztikai eszközökkel leírjuk a piaci folyamatokat a múltbéli adatok alapján és következtetéseket vonjunk le a jövőre nézve. Továbbá, ezek az eredmények segítettek a láthatósági gráfok értelmezésében is, melyek rövid módszertani leírását az alábbiakban ismertetem.

4. ÁBRA: A DOKTORI ÉRTEKEZÉS-TERVEZET FELÉPÍTÉSE



forrás: saját szerkesztés

Az idősorok összetett hálózattá alakítása lehetővé teszi a hálózat topológiai tulajdonságainak vizsgálatát a rendszer viselkedésének kikövetkeztetésére, amelyek nem minden

esetben láthatók a nyes idősorokban. Az idősorokat különböző módszerekkel lehet hálózatokká transzformálni (Zhuang et al., 2014). Ezen módszerek közül a láthatósági gráf előnye abban rejlik, hogy a sorozat idősorrendjét a csomópontok sorrendjében tartja meg, bemutatva az eredeti idősor egyszerű geometriai szerkezetét (Lacasa et al., 2008).

A láthatósági gráf a hálózatelmélet és a statisztika egyik új, közös ága, amely komplex rendszereket ír le hálózati struktúrákká konvertálással és hálózati mutatószámok elemzésével. A gráf az idősor számos tulajdonságát örökli a belső adottságaiban. A visibility graph módszer főként folytonos, dinamikus sorok elemzéséhez járulhat hozzá érdemben.

Az alap láthatósági gráf

A láthatósági gráf alkalmazása a nagyszámú megfigyeléseket tartalmazó idősorok vizsgálatára alkalmas eljárás. Az eljárás során az idősort x_i ($i = 1, 2, \dots, N$) egy gráfba konvertáljuk, ahol $G = \langle V, E \rangle$ melyben $V = (v_i) i = 1, 2, \dots, N$ a csúcsok halmaza, E pedig az élek paramétere. Ebben az esetben minden v_i az adott x_i érték csúcsa a létrehozott gráfban.

Első lépésben az $x(t)$ diszkrét idősort egy gráfba konvertáljuk, melyben minden időpontbeli megfigyelés egy csúcspontot jelent

hálózatban, majd a láthatósági kritérium alapján felépítjük a köztük lévő kapcsolatot.²

A láthatósági algoritmus az idősort $\{x_i\}_{i=1,\dots,N}$ gráffá alakítja $G = \langle V, E \rangle$, ahol $V = \{v_i\}_{i=1,\dots,N}$ a csúcsok halmaza, itt v_i csúcspont az eredeti idősor x_i adatpontjának megfelelő elem. $E = \{e_{ij}\}_{i=1,\dots,N}$ a gráf szomszédsági mátrixa, melynek elemei $e_{ij} = 1$, ha a következő feltétel teljesül:

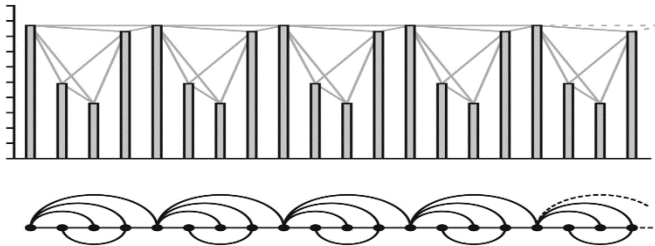
$$\frac{x_i - x_n}{i - n} > \frac{x_i - x_j}{i - j} \quad \forall n | i < n < j$$

minden más esetben $e_{ij} = 0$; tehát kapcsolat esetén a mátrix e_{ij} adat értéke 1, kapcsolat hiányában 0. Az n pedig az i és j közti időintervallum hossza. Egyszerűen fogalmazva, ha két adatpont egy szakadatlan egyenessel összeköthető az oszlopdiagramban, akkor a hálózatban kapcsolat létesül közöttük, amennyiben ezt az összekapcsolást egy köztes (magasabb) érték akadályozza a két érték között, a gráfban az él nem alakul ki (ld. 5. ábra).

² Pár mondatban összefoglalva tehát, a láthatósági gráf eljárást úgy kell elképzelni, hogy az idősorok minden egyes rekordját oszlopdiagramon ábrázoljuk, majd gondoljunk minden oszlopra egy-egy magas épületként. Amennyiben az egyik ilyen „épület” tetejére kiállunk, mely másik „épületeket” láthatjuk onnan egy kétdimenziós térben? Visszatérve az eredeti gondolatmenethez, ettől fogva azokat az időpontokat, melyek egymás számára láthatóak, tehát közéjük folytonos egyenes vonal húzható, összekapcsoljuk. Ők egy éllel összekapcsolt pontpárt alkotnak a létrejövő gráfban. Minden idősori megfigyelési érték a létrejövő hálózatban egy-egy csúcspontként jelenik meg.

Amint az látható, az idősor oszlopdiagramjának (5. felső ábra) minden függőleges oszlopának magassága jelöli az egyes idősorok adatait, továbbá minden oszlop egy csúcspontot jelent az alsó ábra megfelelő grafikonján. Ennélfogva az alsó gráf két csúcspontja össze van kapcsolva, vagy kötést kell hozzáadni, ha a két adat között szakadatlan egyenes húzható felső diagramon.

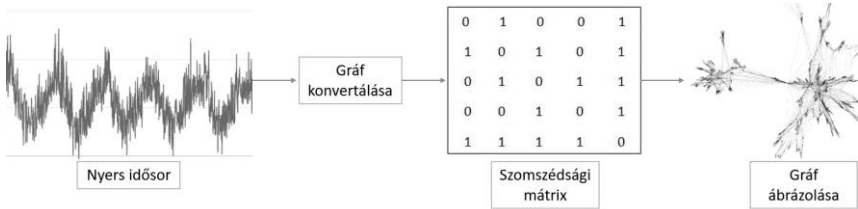
5. ÁBRA: AZ ALAP LÁTHATÓSÁGI GRÁF



forrás: (Lacasa et al., 2008) munkája alapján

A kapott hálózatok alapján létrehozhatjuk a szomszédsági mátrixokat a megfelelő idősorokhoz vagy láthatósági gráfokhoz, majd a hálózattudomány módszereit és mutatószámait alkalmazhatjuk az idősorok adatainak elemzésére.

6. ÁBRA: AZ IDŐSOR GRÁFFÁ KONVERTÁLÁSÁNAK LÉPÉSEI



forrás: saját szerkesztés

A kutatás eredményei, a hipotézisek igazolása

A piaci kockázat tényének vizsgálatakor az árak szélsőséges értékeinek számbavétele kiemelten fontos. A vizsgált országok adatai alapján, 2018-2020 között a terjedelem tekintetében 125,23€ értékkel a francia tőzsde az első. Őt követi 119,09€ értékkel Románia, majd Szlovákia, Csehország és Magyarország. A legalacsonyabb érték a spanyol piacon figyelhető meg. A vizsgált időszak alatt a legmagasabb érték Franciaországban, a legalacsonyabb minimális ár pedig Csehországban volt mérhető. A tőzsdék eloszlását tekintve minden piacra kivétel nélkül a vastagfarkú (fat tail) eloszlás jellemző, ami egyben azt eredményezi, hogy a normál eloszlásra vonatkozó statisztika szignifikáns eltérést fog jelezni. Ez azt jelenti, hogy az áramtőzsdén nagy valószínűséggel fordulnak elő ártüskék, ami a piac kiszámíthatóságát tekintve nem feltétlenül pozitív jelenség. A francia áramtőzsdén a magasabb árak jellemzőek, a német piacon pedig az alacsonyabb – ún. lefelé mutató – ártüskék. A magyar piacon mindkét eset gyakrabban fordul elő. Ezt a ferdeségi és csúcsossági mutatószámok is alátámasztják. A legkockázatosabb piacok mindezek alapján a román, a magyar és a francia tőzsdék, mivel itt nagyobb a pozitív irányba történő kilengések valószínűsége. Ezzel szemben az árviassaesések a spanyol, a német, valamint a cseh piacon a legvalószínűbbek. Felmerül a kérdés, hogy a vizsgált idősor rendelkezik-e memóriával, azaz a korábbi értékek befolyással bírnak-e a jövőbeli árakra. Az áramtőzsde esetében ez egy korlátozottan interpretálható kérdéskör, hiszen

olyan termékről van szó, melynek a termelése és a fogyasztása azonos időpontban történik. Az esetek többségében az értékek a kritikus érték felett helyezkednek el, ami a szignifikáns autokorrelációt jelez. Szépen kirajzolódik egy váltakozó előjelű tendencia, ami az egyes időszakok árainak változását mutatja. Mindemellett az autokorreláció a késleltetések emelkedésével egyre csökken. Ha a jelenlegi árak alacsonyak, akkor a jövőben ugyanazon időszakban, a tendenciájukat tekintve szintén alacsonyak lesznek. A megfigyeléseim vonatkozásában az alábbi hipotéziseket állítom fel:

H₁: *Az egyes országok áramtőzsdéinek idősorai perzisztens jellemzővel bírnak.*

H₂: *Az országok áramtőzsdéinek ársorai önaffin jellemzővel bírnak.*

A hipotézisek vizsgálatát az *R/S* (újraszkalázott terjedelem-analízis, angolul: Rescaled Range Analysis) *analízissel* végezhető el. Bár a Hurst-kitevő számítására még számos további eljárás is ismert a szakirodalomban³ Granero et al. (2008) munkássága alapján az általam vizsgált idősorok megfelelő hosszúságúnak tekinthető a fenti módszer alkalmazására. A módszer eredményeként az ún. Hurst-indexet kapjuk, mellyel szemben az alábbi megállapítások érvényesek:

- ha $H < \frac{1}{2}$, akkor az idősor növekményei *negatív korrelációban állnak* egymással (antiperzisztens);

³ Anis Lloyd; GM1; GM2; AWC, DFA, ARFIMA

- ha $H = \frac{1}{2}$, akkor a folyamat növekményei *korrelálatlanok*, melynek esetén egy Wiener-folyamatot kapunk eredményül; végül
- ha $H > \frac{1}{2}$, akkor a növekmények *pozitívan korrelálnak* egymással (perzisztens).

A Hurst-index egy idősor önaffin jellegének vizsgálatára is alkalmas. Egy idősor önaffin abban az esetben, ha annak egy részét kiemelve az eredeti idősorral azonos tulajdonságokat tudunk kimutatni.

1. TÁBLÁZAT: HURST-KITEVŐ

	<i>HU</i>	<i>SK</i>	<i>CZ</i>	<i>RO</i>	<i>AU</i>	<i>DE</i>	<i>FR</i>	<i>SP</i>	<i>SLO</i>	<i>IT</i>	<i>Brown mozgás</i>
<i>Hurst-kitevő</i>	0,812	0,805	0,798	0,801	0,782	0,768	0,817	0,847	0,838	0,834	0,5

forrás: saját szerkesztés

Tézis₁: *Az egyes országáramtőzsdéinek idősorai rendre perzisztens tulajdonsággal bírnak, tehát növekményeik pozitív korrelációban állnak.*

Ezt követően az idősort részekre bontva azt vizsgáltam, hogy az egyes szakaszok Hurst-kitevői milyen mértékben térnek el a teljes idősoron kapott kitevőtől. Az esetek közel 90%-ban az eredeti kitevőhöz közel eső értéket kaptam, így az *áramtőzsdék idősorait önaffin jellemzővel bíró sorozatoknak* tekintem.

Tézis₂: *Az egyes országok áramtőzsdéinek idősorai különböző időszakokra bontva a teljes adatsorhoz közel eső Hurst-kitevővel rendelkeznek, ezért önaffin jellemzővel bírnak.*

A következőkben pedig a láthatósági gráfok elemzésére tértem át. Az elméleti áttekintések után a láthatósági gráf módszertannal kapcsolatban az alábbi hipotéziseket állítottam fel:

H₃: *A gráfokban kialakuló klaszterek segítségével meghatározhatók a vizsgált időszakban bekövetkező piaci események.*

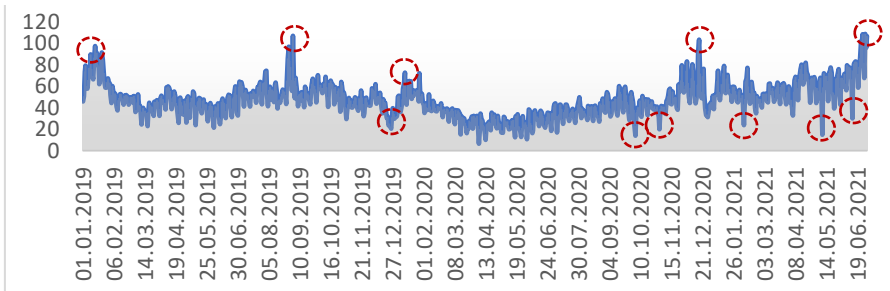
H₄: *A klaszterek lemagasabb fokszámmal rendelkező csomópontjai (HUB-ok) extrém piaci eseményt jelölnek.*

H₅: *Az a klaszter, amelyből nem emelhető ki egyértelműen magas fokszámú csomópont, nyugodt piaci időszakot ölel fel.*

Kutatásom során a másnapi piac (DAM) árait vizsgálom meg részletesen a 2019. január 1. és 2022. március 03. közötti időszakban. A választott időszakot emellett két részre bontom. Az első szakasz a 2019. január 1. és 2021. június 30. közötti részidőszak lesz. Ebben az időintervallumban csak kisebb piaci anomáliák voltak megfigyelhetők a piacon. Ezzel szemben 2021. július 1-jétől egyre markánsabb árnövekedés ment végbe a tőzsdén, amely két időpontban rövid időre megszakadt, majd tovább folytatódott. Annak elkerülése érdekében, hogy a láthatósági gráffá történő konvertálás során a kiegyensúlyozottabb időszakok árait és annak klasztereit elfedjék a növekedési időszakban létrejövő hálózati klaszterek. Az első szakasz a 2019. január 1. és 2021. június 30. közötti

részidőszak általános idősróként történő ábrázolása és a gráfá konvertált idősró látható a 7. és 8. ábrákon.

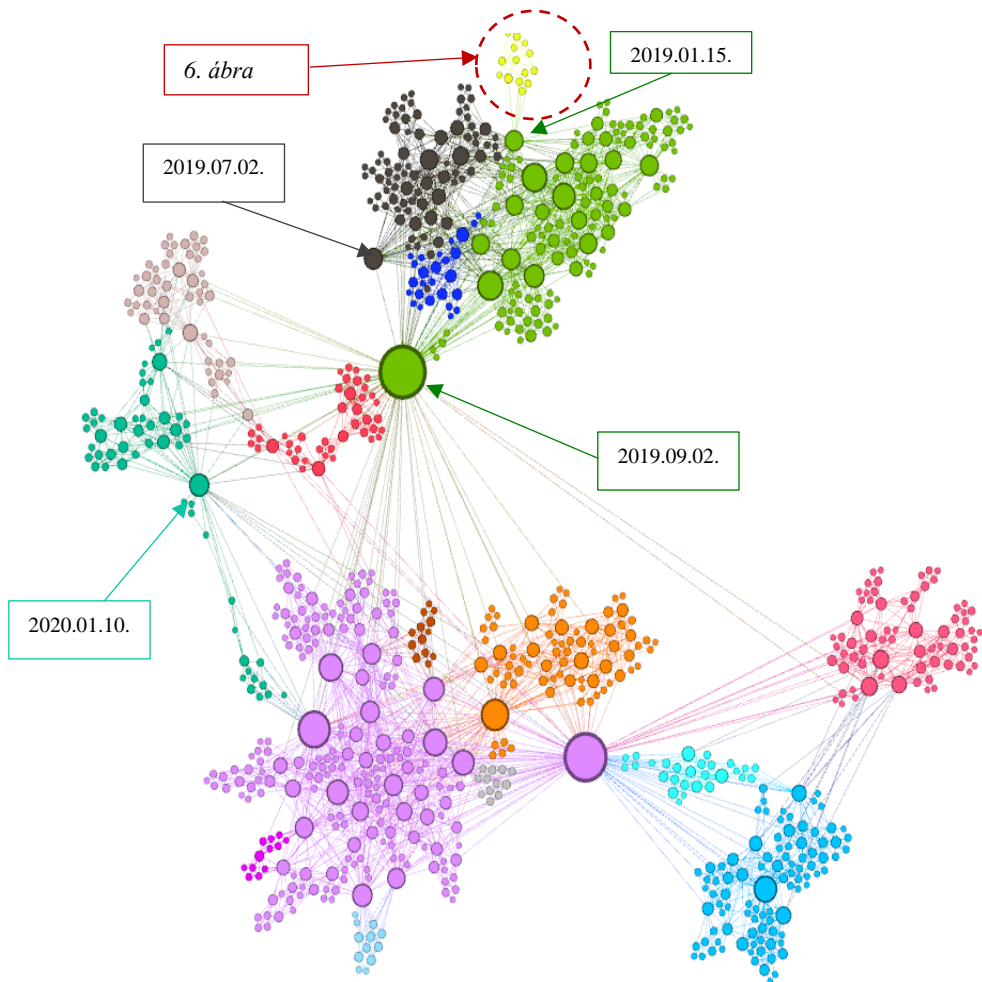
7. ÁBRA: A 2019.01.01 ÉS 2020.06.30. KÖZÖTTI IDŐSZAK GRAFIKONJA



forrás: saját szerkesztés

Az ábrák máris érzékeltetik a láthatósági gráfá konvertálás egyik nagy előnyét: a lokális maximumok, minimumok és egyéb jelentősebb időpontok, időszakok gráfként ábrázolva lényegesen egyszerűbben azonosíthatók, lehatárolhatók, mint a hagyományos kétdimenziós koordináta-rendszerben való megjelenítésben, mivel a napok aggregáltak jelennek meg. A tézisfűzetben a fenti (sárga) klasztert tárgyalom röviden a módszertan bemutatása érdekében. Efféle ábrázolásban csak a pirossal bekeretezett néhány kiemelkedő időszak figyelhető meg szemrevételezéssel. Gráfként történő ábrázolás után a klaszterek (egy-egy időszak) és a HUB-ok (a kiemelkedő időpontok) egyszerűbben azonosíthatók, globális és lokális szinten egyaránt (8. ábra).

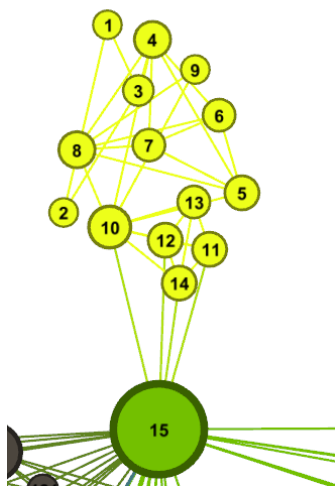
8. ÁBRA: A 2019.01.01 ÉS 2020.06.30. KÖZÖTTI IDŐSZAK LÁTHATÓSÁGI GRÁFJA



forrás: saját szerkesztés

A 2019. január eleji időszakban a 5. ábrán kivehető egy gyorsan növekvő szakasz, majd egy visszaesés az első 2 hétben. Ezt az időszakot szemlélteti a következő ábra.

9. ÁBRA: RÉSZGRÁF (2019.01.01-2019.01.15.)



forrás: saját szerkesztés

A fenti ábrán megjelenített számok az adott időszak napjait szemléltetik a dátumok helyett. A napok számát nem az év napjaiként, hanem a vizsgálatba bevont időszak intervallumának napjaiként kell értelmezni! Tehát 2020. január 1. az időszak 366. napja. A gráf a 2019-es év első 15 napját ábrázolja. Az egyes pontokhoz a számukra „látható” napok kapcsolódnak. A sárga színű klaszterbe az év pontosan első két hete tartozik (1-14 nap), amely ezután egy következő nagyobb

klaszterhez csatlakozik az év 15. napján keresztül. Ez alapján az első 14 nap egy külön időszakot ölel fel, amelyet a 15. nap addigi legmagasabb tőzsdei ára szakít meg. Itt ismét visszacsatolnék a hagyományos idősorábrázolás korlátjaihoz, hiszen ez a szakasz például a 7. ábrán – nagyobb időintervallumot felölelő adathalmaz esetén – egyáltalán nem volt detektálható egyszerű szemrevételezéssel. A fenti kutatási eredményeim alapján pedig a fejezet elején felállított három hipotézis mindegyikét elfogadom, melyek alapján az alábbi három tézist tudom megfogalmazni:

Tézis₃: *A gráfokban kialakuló klaszterek segítségével meghatározhatóak a vizsgált időszakban bekövetkező piaci események. Az időszakok néhol átfedésben vannak egymással, ennek hatására a klaszteren belül részhalmazok alakulnak ki.*

Tézis₄: *A klaszterek lemagasabb fokszámmal rendelkező csomópontjai (HUB-ok) extrém piaci eseményeket jelölnek. Ezek leggyakrabban ártüske formájában jelennek meg.*

Tézis₅: *Az a klaszter, amelyből nem emelhető ki egyértelműen magas fokszámú csomópont, nyugodt piaci időszakot ölel fel alacsony volatilitással.*

Végezetül a már korábban bemutatott láthatósági gráfokat vizsgáltam meg klaszterenként és kísérletet tettem arra, hogy az előzőekben tárgyalt egyes áramtőzsdei folyamatokat további mutatószámokkal is alátámasszam. *Az eddigi kutatásaim alapján azt tapasztaltam, hogy ilyen jellegű megközelítést az eddigiekben a témát érintő kutatások egyike sem tárgyalt.*

Előzetes vizsgálataim alapján az alábbi hipotézist állítom fel:

H₆: *Egy adott időszak árfolyamának extrém eseményeire és volatilitására az átlagos foksám mellett a foksám szórásából lehet következtetni.*

Mint arról értekezésemben írtam, a 2019.01.01-2021.06.30. közötti időszakban a 240. és a 245. napon, nevezetesen 2019.08.28-án és 2019.09.02-án szélsőséges kilengések történtek a piacon, valamint a nemzetközi áramtőzsdén egyaránt, ami folyamatosan begyűrűzött a magyar áramtőzsdére. *Ez folyamatos árkilengéseket és korrekciós időszakokat idézett elő.* Ennek hatására ebben a klaszterben fokozottan *megnőtt a magas foksámmal rendelkező HUB-ok száma.* A magas volatilitás így azt eredményezte, hogy egyes időszakok a magas kilengés miatt távolabbra, míg a csillapodó, korrekciós napok csak közeli szomszédjaikra „láthattak”. *Amikor a szórás értéke közel esik az átlaghoz, mérsékelt ingadozás figyelhető meg a tőzsdén. Az alacsony szórás pedig egyértelműen kevésbé változékony és kiszámítható tőzsdei kereskedésre enged következtetni,* jelen esetben nagyobb termelési kiesések vagy szélsőségesen megnövekvő keresleti időszakok nem mutatkoztak. A korábbi piaci események áttekintése és a statisztikai mutatók értékei alapján az alfejezet elején vázolt két hipotézist elfogadom, melyek alapján a következő tézist fogalmazom meg.

Tézis6: *Egy adott időszak árfolyamának extrém eseményeire az átlagos fokszám mellett a fokszám szórásából lehet következtetni. Az átlagtól szignifikánsan magasabb értékű szórás extrém kilengéseket jelez a tőzsdei ársorban. Mindemellett az átlaggal közel megegyező szóródási érték magas volatilitásra utal, ugyanakkor nem zárja ki az ártüskék létrejöttének hiányát egy adott időszakban. Olyan piaci periódusokban, ahol az átlagnál szignifikánsan alacsonyabb a szóródás mértéke, az extrémítások kizárhatóak.*

A disszertáció új tudományos eredményeinek összefoglalása

A Price Coupling of Regions (PCR) az európai áramtőzsdék integrációját előmozdító projekt, amelynek célja egy egységes árcsatolási megoldás kidolgozása. A fokozatos integráció eredményeképp Európa-szerte kiszámíthatóbbá válnak a villamosenergia-árak, figyelembe véve az érintett hálózati elemek kapacitását. Ez döntő fontosságú a harmonizált európai villamosenergia-piacra vonatkozó átfogó uniós cél elérése érdekében. Az integrált európai villamosenergia-piac várhatóan növeli a likviditást, a hatékonyságot és a társadalmi jólétet.

Disszertációmban *Csehországot, Szlovákiát, Romániát, Magyarországot, Szlovéniát, Ausztriát, Németországot, Olaszországot, Franciaországot és Spanyolországot* vizsgáltam. Az országok kiválasztásánál egyrészt figyelembe kellett vennem az áramtőzsdék integrációjához való csatlakozást és az elérhető adathalmazokat, azok struktúráját, valamint a határkeresztező kapacitások meglétét és annak átviteli képességét. Az egyik országban a piaci szereplők által adott megbízások az informatikai rendszerek elérhetőségén belül bármely más ország piaci szereplői által hasonló módon beadott megbízásokkal párosíthatók, amennyiben rendelkezésre áll az átviteli kapacitás. Az egyes országok között erős együttmozgás volt megfigyelhető, mindazonáltal az anomáliák, árkilengések szinte azonnal begyűrűztek a hazai piacra is.

Doktori értekezésem új eredményei azonban leginkább az alkalmazott idősorelemzési eljáráshoz kapcsolódnak. A hálózatelmélet tudománya számos tudományterületen megjelent, ezt az interdiszciplinaritást fokozva az idősorelemzéshez is alkalmaztam, melynek során az idősorokból egy algoritmus segítségével gráfokat hoztam létre. Az eljárás alapgondolatát már korábban megalkották (Lacasa et al., 2008; Lacasa et al., 2009; Lacasa et al., 2012), ezt követően az eljárással azonban a szakirodalomban viszonylag keveset foglalkoztak, inkább a matematikai tulajdonságok gráfokba való átöröklődésével foglalkoztak, nem adtak azonban konkrét magyarázatot arra, hogy az egyes mutatószámok változásai milyen jelentéssel bírnak. Disszertációm eredményei ennek folyamán tovább viszik ezt a gondolatmenetet és választ adnak arra, hogy gazdasági és területi szempontok alapján milyen többletinformációkkal szolgálnak ezek a topológiai mutatószámok az egyes országok áramtözsdei ársorok esetében.

Pár mondatban összefoglalva tehát, a láthatósági gráf eljárást úgy kell elképzelni, hogy az idősorok minden egyes rekordját oszlopdiagramon ábrázoljuk, majd gondoljunk minden oszlopra egy-egy magas épületként. Amennyiben az egyik ilyen „épület” tetejére kiállunk, mely másik „épületeket” láthatjuk onnan egy kétdimenziós térben? Visszatérve az eredeti gondolatmenethez, ettől fogva azokat az időpontokat, melyek egymás számára láthatóak, tehát közéljük szakadatlan egyenes vonal húzható, összekapcsoljuk. Ők egy éllel összekapcsolt pontpárt alkotnak a létrejövő gráfban. *Ezen analógia mentén az egyes országok idősorainak gráfjai az eredeti idősorok számos tulajdonságait*

öröklík. Ezzel az eljárással – mint azt a dolgozat korábbi részében tárgyaltam – a hosszú időintervallumot felölelő és sok rekordot tartalmazó idősorok egyszerűbben elemezhetőek és számos, nem triviális eredménnyel is szolgálnak. Az eljárást ezt követően először elméleti idősorokon, majd néhány európai ország áramtőzsdéjének ársorain teszteltem.

Az elméleti idősorok esetében rámutattam, hogy *az eltérő adatstruktúrák más és más gráfszerkezethez vezetnek.* Az idősorok monoton transzformációi nem okoznak változást a belőlük képződő gráfszerkezetekben, azonban *a nagyobb ad hoc változások megváltoztatják a hálózat topológiáját.* Bizonyos anomáliák, mint például az ártüskék, hirtelen áremelkedések, majd árzuhanások a gráfok szerkezetében is megjelennek, a globális és lokális ármaximumok pedig HUB-ként (magas fokszámmal rendelkező csomópontként) jelennek meg a hálózatban. Az egyes *ciklusok pedig klaszterekbe sűrűsödnek,* melyek segítségével különböző piaci események és azok időtartamai lehatárolhatók az eredeti adathalmazban is.

Az eljárás a térbeli eltérések és azonosságok vizsgálatára is alkalmas, mivel a különböző piacokon mért adatok – ha azok korrelációja alacsony – eltérő hálózati struktúrával rendelkeznek. Kutatásom eredményei alapján azonban *a vizsgált országok áramtőzsdéinek ársorai magasfokú korrelációt, ebből adódóan pedig közel azonos szerkezeti struktúrát mutattak.* Néhány topológiai mérőszámban azonban még így is felfedeztem eltéréseket, melyek a következő tényezőkből adódtak:

- az energiamix arányainak eltérései az egyes országokban;
- a fejlett piacokon a megújuló energiaforrások időjárásnak való kitétségei;
- a határkeresztező kapacitások eltérő értékei;
- az egyes régiók fosszilis tüzelőanyaggal működő erőműveinek alacsony rugalmassága;
- a franciaországi piacon a magas atomenergia által biztosított áram aránya;
- a spanyolországi piac fotovoltaiikus és szélenergia kapacitásának magas aránya;
- eltérő politikai reformmintázatok;
- különböző csoportosulások a PCR területi integráción belül, pl. 4MMC.

Az egyes országok piacán az átlagos foks szám a különböző események időbeliségéről ad információt. Azokban az országokban, ahol az atomenergia (Franciaország, Szlovákia, Szlovénia) vagy a megújuló energia részaránya magasabb (Spanyolország), ott az átlagos foks szám és az élek száma is csupán kismértékben emelkedik feljebb az átlagtól. Átlagtól alacsonyabb értéket csak a Brown-mozgás sorozatában tudtam kimutatni, ami arra utal, hogy a foks szám-mérőszámok jól jellemzik a piacot az extrém elmozdulások, ártüskék jelenlétéről vagy hiányáról.

Az átlagostól lényegesen magasabb foks szám és átlagos foks számértéket mutató piacok túlnyomórészt fosszilis tüzelőanyagból nyerik az energiát, amelynek áringadozásai viszont extrém kilengéseket okoznak.

A gráfokban mért átlagos útvonalhosszúság a területi idősorok volatilitásáról és extrém eseményeiről árulkodnak. Az átlagos fokszámmal szemben ez a mutató fordított analógiában működik. Azokon a piacokon, ahol kevesebb extrém esemény figyelhető meg, a gráfokban található HUB-ok száma is alacsonyabb. Ennek folyamán az átlagos útvonalhosszúság megnő. A magasabb volatilitású, illetve több kilengést mutató piacokon ez az útvonalhosszúság lerövidül, kisebb értéket vesz fel. Az átlagos útvonalhosszúság pedig a skálafüggetlenséggel is összekapcsolható. A fokszámeloszlás a legtöbb esetben skálafüggetlenségre utalt, lecsengése hatványfüggvénnyel írható le a legjobban. Ilyen esetben néhány HUB kapcsolja össze a hálózatok egyes klasztereit, melyek egy-egy kisebb időszakot ölelnek fel, ez a megállapítás adja értekezésem következő újszerű eredményét.

A következő lépés gráfokban kialakuló klaszterek vizsgálata volt. *A megfigyelt területeken a klaszterezettségi együtthatók nagyon kis mértékben különböznek egymástól, ugyanakkor a klaszterek számában már nagyobb heterogenitás figyelhető meg. Az egyes klaszterek általában egy-egy nagyobb piaci esemény köré csoportosulnak. Az általam alkalmazott algoritmus főként a pozitív irányba kialakuló magas értékekre érzékeny, ezért a klaszterek az ilyen események körül alakultak ki. Az egyes klaszterek HUB-jai lokális maximumértékeket képviseltek, a teljes gráfban megfigyelhető HUB-ok pedig globális maximumértéket detektálnak.*

Az asszortativitás értéke, mint topológiai mutatószám főként a piacok fejlettségétől függ.

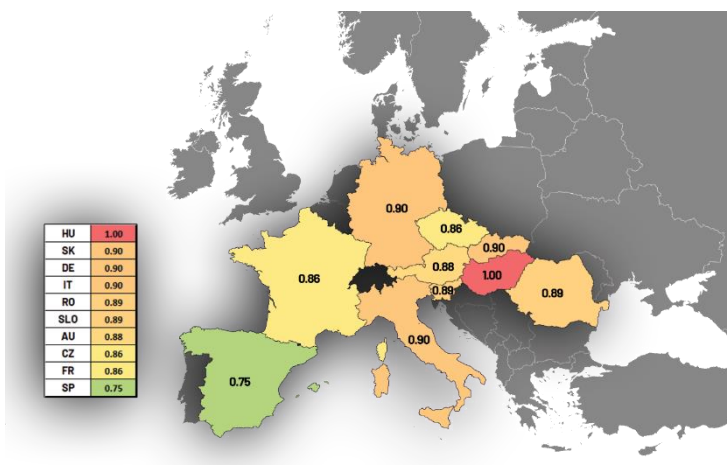
A vizsgált piaci szerkezetekből adódóan a hálózatok döntő többsége asszortatív, néhány – főként a kisebb, kevésbé fejlett piacok – esetében azonban disszortatív jelleg mutatható ki. Asszortativitás esetében a magas fokszámú csomópontok főként ugyancsak magas fokszámú pontokhoz kapcsolódnak, disszortativitás esetében ez a kapcsolódás a magas fokszámú csomópontok esetében gyakran alacsony fokszámmal keveredik.

A gráfokkal foglalkozó tanulmányok a hálózatok összehasonlítására a Jaccard hasonlósági együtthatót alkalmazzák. Értekezésemben némileg módosítottam ezen mutatószám elgondolásán, melynek fő indoka, hogy a hagyományos Jaccard-index számításakor az egyes eloszlásfüggvények elfedik egymást. A számítási módszert módosítottam oly módon, hogy a viszonyítás alapja mindig a kisebb halmaz (vizsgálatom esetében *az eloszlás területe*) legyen. A hasonlósági mátrix alapján létrehoztam egy térképet, amely azt mutatja meg, hogy az egyes országok áramtőzsdéi milyen mértékben mozognak együtt. Mivel a regionális árampiac benchmark-ja általában a német áramtőzsdé, ezért az első esetben a hasonlóság mértékét a németországi piac képezte. A második esetben – mivel a HUPX magyar áramtőzsdé egyre inkább ármeghatározó szereppel bír – a magyarországi piac képezte a viszonyítás alapját.

Az átfedési együttható értékeiből látható, hogy a két eltérő viszonyítási alappal rendelkező térkép szinte azonos értékeket jelenít meg az egyes területeken. Ez egyrészt igazolja, hogy *a magyarországi áramtőzsde is meghatározó szereppel bír a regionális áramtőzsdén, másrészt a területi összekapcsoltság okán, magas együttmozgás figyelhető meg az árakban.*

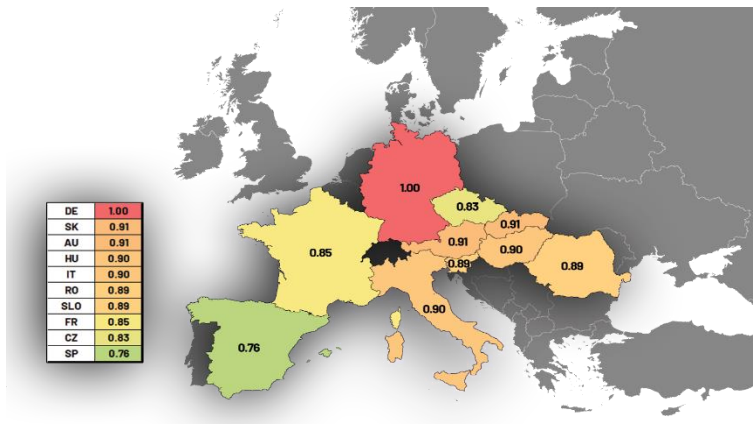
A magasfokú integráltság és együttmozgás jelenléte miatt ezt követően a láthatósági algoritmussal a magyarországi HUPX áramtőzsde adatait vizsgáltam meg tüzetesebben. Ezen vizsgálat során megbizonyosodhattam arról, hogy egy efféle, sok megfigyelést tartalmazó idősor esetében az időszakok lehatárolása lényegesen egyszerűbbé válik a gráfként való ábrázolást követően, mint kétdimenziós diagramként ábrázolva.

10. ÁBRA: ÁTFEDÉSI EGYÜTTHATÓK ÉRTÉKEI (VISZONYÍTÁSI ALAP MAGYARORSZÁG)



forrás: saját szerkesztés

11. ÁBRA: ÁTFEDÉSI EGYÜTTHATÓK ÉRTÉKEI (VISZONYÍTÁSI ALAP NÉMETORSZÁG)



forrás: saját szerkesztés

A gráfként ábrázolt idősorok esetében megjeleníthetővé váltak az egyes napok, a kiemelkedő események, az egyes piaci anomáliák, azok felfutási és lecsengési időszakai, illetve az extrém kilengések. Így tehát a hálózatelmélet egy újabb területre integrálható, erősítve annak multidiszciplináris jellegét.

A t zisf zetben eml tett irodalmak

- Anderson, P. W. (1972). More is different. *science*, 177(4047), 393-396.
- Bouchaud, J.-P., & Potters, M. (2000). *Theory of financial risks (Vol. 4)*. Cambridge University Press, Cambridge
From Statistical Physics to Risk
- Granero, M. S., Segovia, J. T., & Pérez, J. G. (2008). Some comments on Hurst exponent and the long memory processes on capital markets. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 387(22), 5543-5551.
- Grau-Carles, P. (2001). Long-range power-law correlations in stock returns. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 299(3-4), 521-527.
- Lacasa, L., Luque, B., Ballesteros, F., Luque, J., & Nuno, J. C. (2008). From time series to complex networks: The visibility graph. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 105(13), 4972-4975.
<https://www.pnas.org/content/105/13/4972>
- Lacasa, L., Luque, B., Luque, J., & Nuno, J. C. (2009). The visibility graph: A new method for estimating the Hurst exponent of fractional Brownian motion. *EPL (Europhysics Letters)*, 86(3), 30001.
- Lacasa, L., Nunez, A., Roldán,  ., Parrondo, J. M., & Luque, B. (2012). Time series irreversibility: a visibility graph approach. *The European Physical Journal B*, 85(6), 1-11.
- Mantegna, R. N., & Stanley, H. E. (1999). *Introduction to econophysics: correlations and complexity in finance*. Cambridge university press.

- Marossy, Z. (2010). A spot villamosenergia-árak elemzése statisztikai és ökonofizikai eszközökkel= Analysis of spot electricity prices using statistical and econophysical methods [Budapesti Corvinus Egyetem].
- Zhuang, E., Small, M., & Feng, G. (2014). Time series analysis of the developed financial markets' integration using visibility graphs. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 410, 483-495. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.physa.2014.05.058>

A szerzőnek a témakörben megjelent publikációi és konferencia előadásai

Bakó Ferenc - Berkes Judit - Szigeti Cecília: Households' electricity consumption in Hungarian urban areas
ENERGIES 14 : 10 Paper: 2899 (2021)
<https://doi.org/10.3390/en14102899> Közlemény:
32023674 | Nyilvános Forrás Idéző | Folyóiratcikk (Szakcikk) | Tudományos |

A villamosenergia-fogyasztás jövedelem- és ár rugalmasságának elemzése panelregresszióval a visegrádi országokban Konferencia: Első Országos Interdiszciplináris Éghajlatváltozási Tudományos Konferencia; Helyszín: Budapesti Corvinus Egyetem; Szervező: Magyar Éghajlatváltozási Tudományos Testület

Időpont: 2021. 04. 14

Elemzési módszerek összehasonlítása a területi előrejelzésekben Konferencia: Rurális térségek a 21. században tudományos konferencia; Helyszín: Gödöllő
Szervező: Doktoranduszok Országos Szövetsége;
Időpont: 2019. június 11.

Possibilities of application of artificial neural networks in forecasting regional economic growth Konferencia: Local, Regional and global challenges, International economics conference and workshop; Helyszín: Subotica

Szervező: Novák Anikó; Időpont: 2019.05.16. - 2019.05.17.

Applied econometrics to measure the economic performance for a country Konferencia: Cities, regions and digital transformations: Opportunities, risks and challenges; Helyszín: Lyon (Franciaország); Szervező:ERSA - 59th ERSА Congress
Időpont: 2019.08.27. - 2019.08.30.;

Creative Networks Konferencia: 6th IRI Economics Conference; Helyszín: Párkány; Szervező: Karlovitz Tibor
Időpont: 2019.01.14 - 2019.01.15.

A visegrádi országok ipari teljesítményének becslése mesterséges neurális hálózatok segítségével; Konferencia: Fiatal Regionalisták XI. Konferenciája - A nagyvárosfejlődés útjai Kelet-Közép-Európában – múlt, jelen és jövő, Győr; Helyszín: Győr; Szervező: MRTT
Időpont: 2019

A mesterséges intelligencia alkalmazásának lehetőségei a városfejlődésben Konferencia: Területi kutatások Közép-Európában; Helyszín: Sopron; Szervező: A Magyar Regionális Tudományi Társaság Xvii. Vándorgyűlése; Időpont: 2019



REGIONÁLIS- ÉS GAZDASÁGTUDOMÁNYI
DOKTORI ISKOLA

Principal:

Dr. Dusek Tamás egyetemi tanár

Prof.

Ferenc Bakó

Chartered Economist

The application of the visibility graph method to the analysis
of energy market developments in European countries

Doctoral Thesis

Dr. habil. Csizmadia Zoltán PhD

Deputy Academic Dean, Head of Department, Associate Professor

Prof. Dr. Dusek Tamás PhD

Head of the Doctoral School, Head of Department, Professor

Győr

December 2022

University of Széchenyi Istvá

Goals, research questions and hypotheses of the thesis

The energy market, including the energy exchange, is a dynamically evolving system with an increasing number of investors and traders. Within this, the number of direct customers has been increasing over the last few years. The market is characterized by complex interactions, as energy, and electricity in particular, is a product that is difficult and costly to store. Market players use external and internal information to shape prices, the analysis of which based on stochastic dynamics is not yet widely used in the academic world, especially when compared to financial markets and stock exchanges (Grau-Carles, 2001; Lo, 1991; Mantegna & Stanley, 1999).

The energy market is undergoing both technical and substantive deregulation, which means that the trading platform is becoming increasingly decentralized, and deregulation in the legal sense means a reduction in the degree of (over)regulation. These processes in turn require a deeper understanding of the market mechanisms at work here, especially if, in addition to traders and investors with business experience, households are constantly emerging as the end users of the products sold here.

Although consumers have started to appear on the energy exchanges, price formation and negotiation are still the result of interactions between business investors in the market. Thus, market modeling, with a better understanding of the pricing mechanism as a key element, is necessary to provide a picture of the processes that will take place for the larger number of households that will emerge in the future, thus providing them with a market situation picture that can inform the design of their consumption profile in real-time pricing. An understanding of

the behavior of this complex system is therefore essential for a successful strategy (Anderson, 1972; Bouchaud & Potters, 2000).

This means that the energy market, including both the exchange and wholesale segments, cannot be examined as an isolated entity. The current price volatility and its root causes need to be looked at in a complex network and not only within a country's energy market.

The aim of the thesis

As in all markets, prices in the energy sector are subject to change. But these changes are much more volatile than in the market for everyday consumer goods.

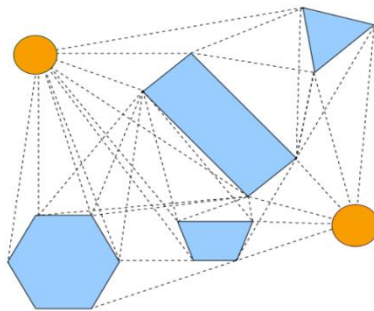
The aim of my thesis is to present a novel methodology to convert time series into graphs⁴. Since the international literature on visibility graph methodology is still very scarce and no article has been published in Hungary, one of the greatest potential lies in its development and testing. I had the opportunity to investigate, on theoretical time series with different properties, how the time series transformed into a graph have different properties, how the nodes representing the global and local maxima of the time series under investigation are organized into a graph structure, how the observed values of the valley periods form communities in the graph, and so on.

⁴ In this dissertation, the words graph and network are synonymous. In scientific works, it is referred to as a graph when the system of vertices and edges is studied in general mathematical terms, and as a network when it is a specific social, IT or biological network, but in recent works both terms are often used.

Where did the idea of mapping a time series onto a graph come from and how does it work?

Visibility graphs are used in architecture, robotics and many other disciplines. In architecture, it is most commonly found in building environment design. In cities with a high number of skyscrapers and other tall buildings, it is important to ensure adequate light flow, among other things, to provide a sense of comfort. To map this, it is necessary to consider where the proposed building will be located, what spacing will be possible at each level, and how many buildings will obstruct the view from the property. This is often represented in a graph structure, illustrated in the figure below. The orange shapes represent planned buildings and the blue shapes represent buildings already constructed.

0-1. Figure: The use of the visibility graph in the assessment of the building environment



Source: own elaboration

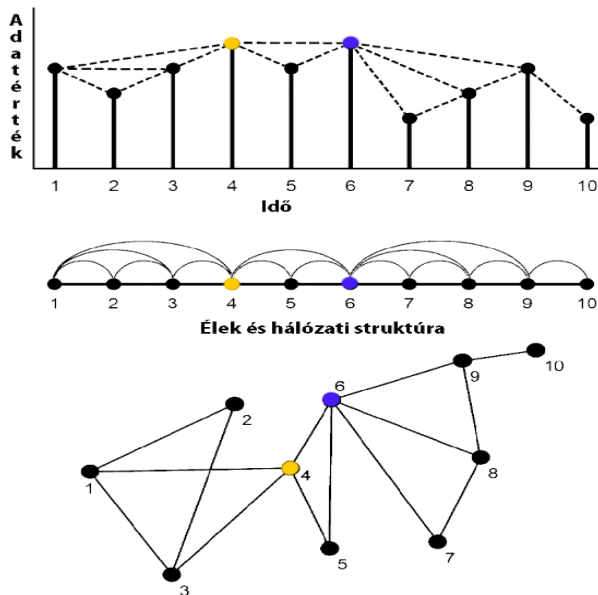
To put this analogy in simple terms, the visibility graph procedure can be thought of as plotting each observed value in the time series on a bar chart, and then thinking of each column

as a tall building. If we stand on top of one of these "buildings", which other "buildings" can we see from there in a two-dimensional space? Returning to the original idea, from this point onwards, the points in time that are visible to each other, and therefore can be connected by a continuous straight line, are connected. They form an edge-connected pair of points in the resulting graph. The logic is illustrated graphically in Figure 0-2 (which I will return to later in the methodology section).

0-2. Figure: Flowchart for graphing time series

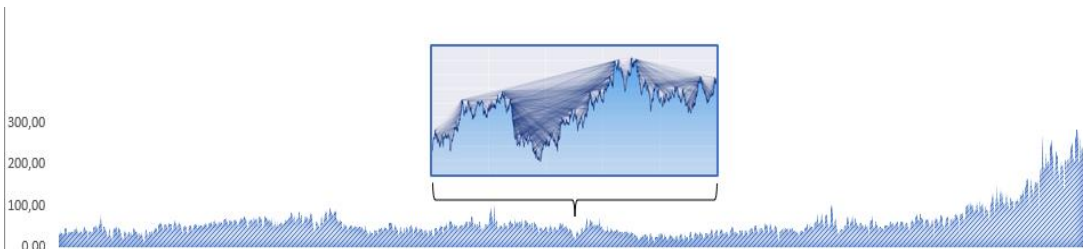
Source: based on the work of (Lacasa et al., 2008)

As we will see, many properties of the original time series are inherited by the networks.



It makes it easier to compare data sets collected in different domains (geographical spaces, social spaces, political spaces, etc.). The visibility graph algorithm transforms random series, time series into random graphs and periodic series into some kind of regular graph. My main objective is to study how graph theory techniques can be used to characterise time series of data measured at different locations in space. The network reveals a lot of non-trivial information about the series itself and its spatial nature. One of my key motivating factors is to show that complex networks are valuable for mining information in time series. Therefore, the transformation and analysis of time series into networks becomes a unique and novel perspective for analysis and forecasting. In this way, statistical features are represented in geometric form, allowing more details of the time series to be revealed. The real advantage of the method is for time series that contain a large number of frequent observations, which can be analyzed only with limited or more complex work using traditional (graphical) analysis. This is how I focused my analysis on the energy exchange, which contains more than 1 300 observations for the period 01/01/2018 to 03/03/2018 (Figures 0-3).

0-3. figures: The difficulties of graphical analysis



Source: own elaboration

The figure above shows how the large number of observations makes the analyst's job more difficult. And the time series of the energy markets are usually fractal in nature, which means that if you zoom in on the time series, you will find more cycles. In Figure 0-3, the highlighted magnified area also shows the logic of the edges forming in the network.

Structure and hypotheses of the thesis

In the first part of my thesis, I will look at how the European energy market is structured and (K1) the role of energy exchanges in each area in price formation. To answer this question, I will give a broad overview of the price market, its functioning and structure. In a separate chapter, I will discuss the renewable energy market and the EU ETS, the European Union's system for limiting carbon dioxide emissions. The latter, together with rising raw material prices, will have a further upward impact on energy prices, with which the EU aims to encourage the deployment of renewable energy sources and protect the climate. One of the major benefits of renewables is the reduction in direct carbon emissions - not to mention the indirect environmental impact - but at the same time, as we shall see, the major role they play in energy generation and system load regulation, and hence price volatility. I dedicate a separate large chapter to regional energy exchanges, as they will serve as a basis for testing the new research methodology that I will present later.

In the next major phase of my work, I will first examine the time series of energy exchanges using traditional time series analysis techniques. Here I formulate the following research question. This is important to investigate because there is very little literature available on how certain properties of time series are reflected in network topological properties. In addition to the

real data set, I also include an artificially created time series modeling random wander as a reference point, which is often used in the analysis of efficient markets. This random process is called Brownian motion. Here I formulate my first hypothesis that:

***H₁**: Time series of energy exchanges in each country have persistent characteristics.*

The hypothesis therefore suggests that the observations in the time series are positively correlated. If a price increase starts in the observed market, the process will continue for a certain period of time before market mechanisms correct the process. To examine the random or even trend-like evolution of a time series, it is necessary to use the Hurst index, which gives the volatility of the time series and its possible long-term memory. In the case of a discontinuity in the time series, we can also find out whether the market process in question has a self-affine characteristic so that each stage has approximately the same Hurst output. In this context, I formulate my second hypothesis as follows:

***H₂**: The price series of energy exchanges in countries have a self-affine characteristic.*

My first two hypotheses are based on the literature studied and cited in my work.

Having examined the time series of energy exchange prices at a basic level, I introduce another important topic of my thesis, network theory. This section provides the theoretical basis for the application and interpretation of the innovative analytical method I will use later, the visibility graph algorithm. For this purpose, I introduce the topological metrics used in network theory, the basic graph models from random graphs to scale-

independent networks. I will then present in detail the theoretical aspects of the visibility graph that I have used as a new analytical tool. After the introduction, I will demonstrate the specific topologies of visibility graphs on artificially generated series, which serve as benchmarks for actual energy market studies. In many cases, I also use graphical visualizations to accompany the theoretical description for ease of understanding.

I then convert the data of real energy exchanges into graphs using the procedure described and examine their topological properties. My relevant research question is: (K3) What additional information can the topology of the visibility graphs provide about the data of the areas under study? I will also investigate the similarity of the graphs, using the commonly used Jaccard similarity index, with modifications to avoid overlaps. This reduces the potential for error in the measurement process. The similarity or dissimilarity of networks also provides information on spatial differences.

Moving slightly forward, the Hungarian energy exchange's movements are strongly positively correlated with those of other regional energy exchanges, thanks to the territorial integration of recent years. The European energy system has become more complex in recent decades: liberalization has broken up integrated energy suppliers and led to a large number of energy market players. Decarbonisation efforts are constantly shaping the electricity supply. In terms of overall energy consumption, the European Union's large consumption-oriented population, its territory and its continued economic growth mean that demand for energy consumption is expected to continue to grow in the future, leading to continued market development and territorial interconnection. Territorial integration helps to maintain a balance between supply and demand. Since all stock

exchange traders trade on the same platform, market anomalies are almost immediately transmitted to the Hungarian market, so from a topological point of view it will not make sense to further examine German, Romanian, Slovakian or any other energy exchange with a cross-border link to the domestic market. In this respect, I will now only examine in detail the data of the Hungarian HUPX exchange using the visibility graph method. In almost all cases, the causes of the fluctuations here coincide with the causal factors behind the extremes, trends and cycles in other markets in the region. This is therefore the result of market interconnectivity and ever-evolving cross-border networks. However, my primary objective is not to provide an in-depth analysis of the patterns of energy market behavior, but to present a new time series analysis procedure for which data from energy exchanges are used as a visual tool. The procedure can be applied to any other time series with a large number of frequent observations. My goal is to present this algorithm and to create a thought-provoking thesis. The methodology is far from flawless, and its development will require many years of work by myself and my colleagues interested in the subject. For the properties of the Hungarian HUPX exchange, which was investigated with the visibility graph, I have formulated the following hypotheses:

***H₃:** The clusters formed in the graphs can be used to identify the market events that occurred during the period under study.*

***H₄:** The highest degree nodes (HUBs) of a cluster represent global and local maxima.*

***H₅:** A cluster that does not have a clearly high number of nodes is a cluster that spans a quiet market period.*

Examination of a time series usually starts with a graphical visual inspection. However, as is often the case, examining a longer market cycle in this way is cumbersome. The graphical representation often hides smaller periods in the series that span separate market periods. These smaller intervals can be more easily identified using the visibility graph algorithm, and this is the subject of my fourth hypothesis.

Graphs usually have central and less focused actors. Think first of all of social networks. Consider our network of friends. Some of them have more connections, while others - especially if they are introverts - have fewer. People who have many friends are so-called HUBs, central players in the network. I hypothesize that a price spike in the stock market, which is positive in direction, will also appear as such HUBs in the network, in addition to separating it from a subsequent market cycle, which will appear as a cluster in the visibility graph. This is where my fourth and fifth hypotheses apply. The latter hypothesis that the procedure can identify a market cycle that is less volatile and has no price spikes. In these sets, HUBs are not observed, or only to a limited extent.

Finally, I perform statistical analyses on the topological measures of the graphs generated from the HUPX time series and attempt to detect various correlations. I formulate my last hypothesis in this context:

***H₆:** The extreme events and the volatility of the exchange rate in a given period can be inferred from the standard deviation of the degree number in addition to the average degree number.*

To test and prove these hypotheses I will use the degree metrics.

As the introduction suggests, my thesis is not based on an exclusive examination of a single topic. Rather, it is an

interdisciplinary work, combining knowledge from economics, regional sciences, statistics and graph theory, from which I aim to develop a new analytical methodology. The objective of my thesis is not to present an unquestionable, fundamentally sound and flawless methodology. On the contrary, it is to present a new scientific method, to initiate thought processes and to open up possibilities for future research in academia. Significant progress has already been made in electricity market research using a wide variety of approaches, data and methods. However, complex network theory and methods have rarely been applied to price, especially electricity price time series and this forms the research part of my work.

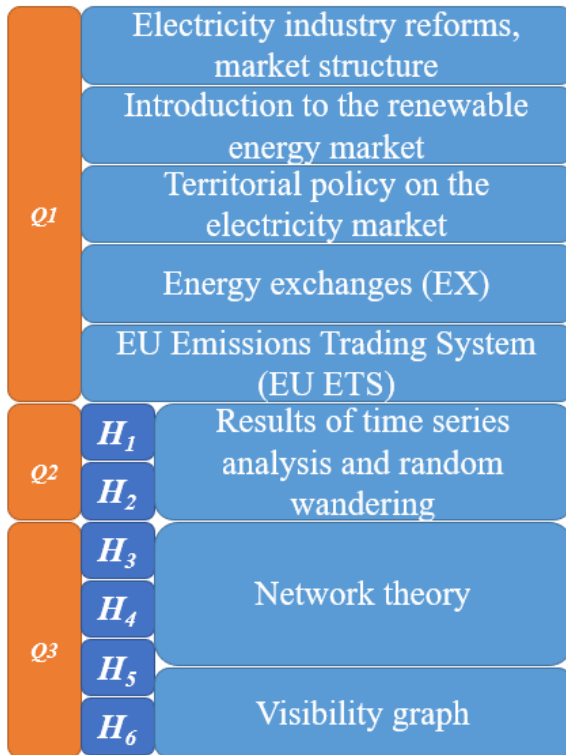
Research Methodology

In order to answer the research questions as precisely as possible, I first conducted a comprehensive literature search. This literature search can be divided into two parts. The first section - the first seven chapters of the thesis - deals with the energy market, the electricity market, territorial policy, the EU ETS and the electricity exchanges in the countries. The second, which covers a wide range of literature, deals with network theory and its topological metrics. Before turning to network theory, however, I conducted a time series analysis in order to explore the properties of the time series of the power exchanges in each country.

It is often the case that operators in the power generation sector also export their excess capacity to spot markets, so knowledge of the market is important not only from the user, the consumer,

but also from the producer side. In such cases, we need to use various mathematical-statistical tools to describe market developments on the basis of past data and draw conclusions for the future. Furthermore, these results have also helped in the interpretation of visibility graphs, the brief methodological description of which is presented below.

1. FIGURE: STRUCTURE OF THE DOCTORAL THESIS



Source: own elaboration

The transformation of time series into a complex network allows the investigation of the topological properties of the network to infer the behavior of the system, which are not always visible in the open time series (Zhuang et al., 2014). Among these methods, the advantage of the visibility graph is that it keeps the time sequence of the series in the order of the nodes, presenting the simple geometric structure of the original time series (Lacasa et al., 2008).

The visibility graph is a new, common branch of network theory and statistics that describes complex systems by converting them into network structures and analyzing network metrics. The graph inherits many properties of the time series in its internal properties.

The visibility graph

The use of the visibility graph is a suitable technique for the analysis of time series with a large number of observations. The procedure involves converting the time series x_i ($i = 1, 2, \dots, N$) into a graph, where $G = \langle V, E \rangle$ where $V = (v_i) i = 1, 2, \dots, N$ is the set of vertices and E is the edge parameter. In this case, each v_i is the vertex of a given value x_i in the graph generated.

First, we convert the discrete time series x_t into a graph, where each time observation represents a node in the network, and then

build a relationship between them based on the visibility criterion.⁵

The visibility algorithm transforms the time series $\{x_i\}_{i=1,\dots,N}$ into a graph $G = \langle V, E \rangle$, where $V = \{v_i\}_{i=1,\dots,N}$ is the set of vertices, where node v_i is the element corresponding to the original time series data point x_i . $E = \{e_{ij}\}_{i=1,\dots,N}$ is the adjacency matrix of the graph with elements $e_{ij} = 1$, if the following condition is satisfied:

$$\frac{x_i - x_n}{i - n} > \frac{x_i - x_j}{i - j} \quad \forall n | i < n < j$$

In all other cases $e_{ij} = 0$, so the value of the e_{ij} matrix is 1 in case of an existing connection, in absence of a connection it is 0. N is the length of the time interval between i and j . Simply

⁵ So, to summarize in a few sentences, the visibility graph procedure should be thought of as plotting each record in the time series on a bar graph, and then thinking of each bar as a tall building. If we stand on top of one of these "buildings", which other "buildings" can we see from there in a two-dimensional space? Returning to the original train of thought, from this point onwards, we connect the points in time that are visible to each other, so that a continuous straight line can be drawn between them. They form an edge-connected pair of points in the resulting graph. Each time series observation value appears as a single vertex in the resulting network.

put, if two data points can be connected by an uninterrupted line in the bar graph, they are connected in the network.

Source: based on the work of (Lacasa et al., 2008)

If this linkage is blocked by an intermediate (higher) value

2. FIGURE: THE BASIC VISIBILITY GRAPH

between the two values, the edge is not formed in the graph (see

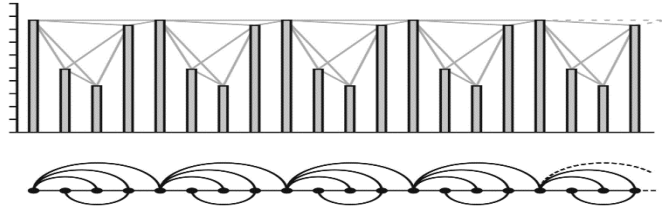
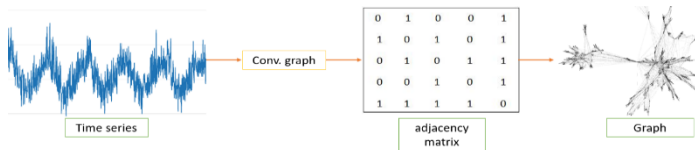


Figure 2). As can be seen, the height of each vertical column in the time series bar chart (top Figure 2) represents the data for each time series, and each column represents a node in the corresponding graph in the bottom figure. Hence, the two nodes of the lower graph are connected, or a join is added if an unbroken line can be drawn between the two data on the upper graph.⁶

⁶ So, to summarize in a few sentences, the visibility graph procedure should be thought of as plotting each record in the time series on a bar graph, and then thinking of each bar as a tall building. If we stand on top of one of these "buildings", which other "buildings" can we see from there in a two-dimensional space? Returning to the original train of thought, from this point onwards, we connect the points in time that are visible to each other, so that an unbroken straight line can be drawn between them. They form an edge-connected pair of points in the resulting graph.

The resulting networks can be used to create adjacency matrices for the corresponding time series or visibility graphs, and then apply network science methods and metrics to analyze the time series data.

FIGURE 3: STEPS TO CONVERT THE TIME SERIES INTO A GRAPH



Source: own elaboration

Results of the research, verification of the hypotheses

When assessing the existence of market risk, it is of paramount importance to take account of price extremes. Based on the data for the countries studied, the French stock exchange is the first in terms of spread between 2018 and 2020, with a value of €125.23. It is followed by Romania with 119.09€, then Slovakia, the Czech Republic and Hungary. The lowest value is observed in the Spanish market. During the period under review, the highest value was recorded in France and the lowest minimum price in the Czech Republic. In terms of the distribution of stock markets, all markets without exception have a fat tail distribution, which also means that the statistics for the normal distribution will show a significant deviation. This means that price tails are very likely to occur in the energy market, which is not necessarily a positive phenomenon in terms of market

predictability. The French energy exchange is characterised by higher prices, while the German market is characterised by lower price spikes - so-called downward spikes. In the Hungarian market, both are more common. This is also confirmed by the slope and peak ratios. The most risky markets are therefore the Romanian, Hungarian and French stock markets, as they are more likely to have a positive bias. In contrast, price falls are most likely in Spain, Germany and the Czech Republic. The question arises as to whether the time series under study has a memory, i.e. whether past values influence future prices. In the case of an energy exchange, this is a limited issue of interpretation, since it is a product whose production and consumption occur at the same time. In most cases, the values are above the critical value, indicating significant autocorrelation. A trend with an alternating sign is clearly visible, showing the variation of prices in each period. However, the autocorrelation decreases as the lags increase. If the current prices are low, they will also tend to be low in the future for the same period. I make the following hypotheses regarding my observations:

***H₁**: Time series of energy exchanges in each country have persistent characteristics.*

***H₂**: The price series of energy exchanges in countries have a self-affine characteristic.*

The hypotheses are tested using R/S (Rescaled Range Analysis). Although there are several other methods for calculating the Hurst index in the literature, based on the work of Granero et al.

(2008),⁷ the time series I have examined is considered long enough to apply this method. The method results in the so-called Hurst index, against which the following findings hold:

- if $H < \frac{1}{2}$, the time series increments are negatively correlated (antipersistent);
- if $H = \frac{1}{2}$, then the increments of the process are uncorrelated, resulting in random wander; finally
- if $H > \frac{1}{2}$, then the increments are positively correlated (persistent).

The Hurst index can also be used to test the self-affine nature of a time series. A time series is self-affine if, by highlighting a part of it, we can detect the same properties as the original time series.

1. FIGURE: HURST-INDEX

	HU	SK	CZ	RO	AU	DE	FR	SP	SLO	IT	random walk
Hurst-exponent	0,812	0,805	0,798	0,801	0,782	0,768	0,817	0,847	0,838	0,834	0,5

Source: own elaboration

Thesis 1: *The time series of each country's stock market tend to have a persistent property, i.e. their increments are positively correlated.*

⁷ Anis Lloyd; GM1; GM2; AWC, DFA, ARFIMA

I then split the time series into sections and examined the extent to which the Hurst exponents of each section deviated from the exponent obtained for the entire time series. In almost 90% of the cases, I obtained a value close to the original exponent, so I consider the time series of the power exchanges as a series with a self-affine characteristic.

Thesis 2: *The time series of the power exchanges of each country have a Hurst exponent close to the entire data series, broken down into different time periods, and therefore have a self-affine characteristic.*

In the following, I turn to the analysis of visibility graphs. After the theoretical overview, the following hypotheses have been put forward regarding the visibility graph methodology:

H3: *The clusters formed in the graphs can be used to identify the market events that occurred during the period under study.*

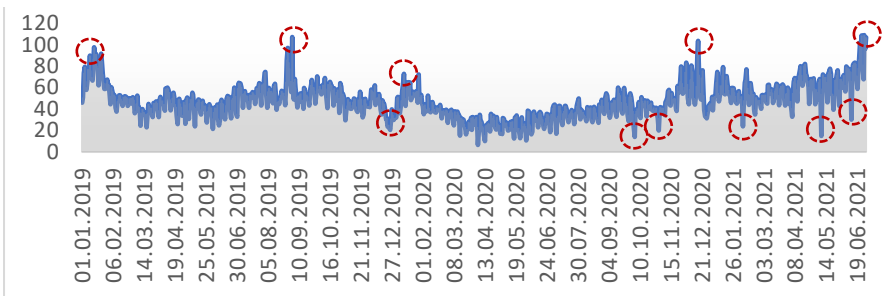
H4: *Clusters with the highest number of nodes (HUBs) indicate an extreme market event.*

H5: *A cluster that does not have a clearly high number of nodes is a cluster that spans a quiet market period.*

My research examines in detail the prices of the next day market (DAM) for the period 1 January 2019 to 03 March 2022. I also split the period chosen into two parts. The first phase will be the subperiod from 1 January 2019 to 30 June 2021. During this time period, only minor market anomalies were observed in the market. In contrast, from 1 July 2021 onwards, there was an increasingly pronounced price increase on the stock market, which was briefly interrupted at two points in time and then

continued. The first stage is the representation of the sub-period from 1 January 2019 to 30 June 2021 as a general time series and the time series converted into a graph is shown in Figures 4 and 5.

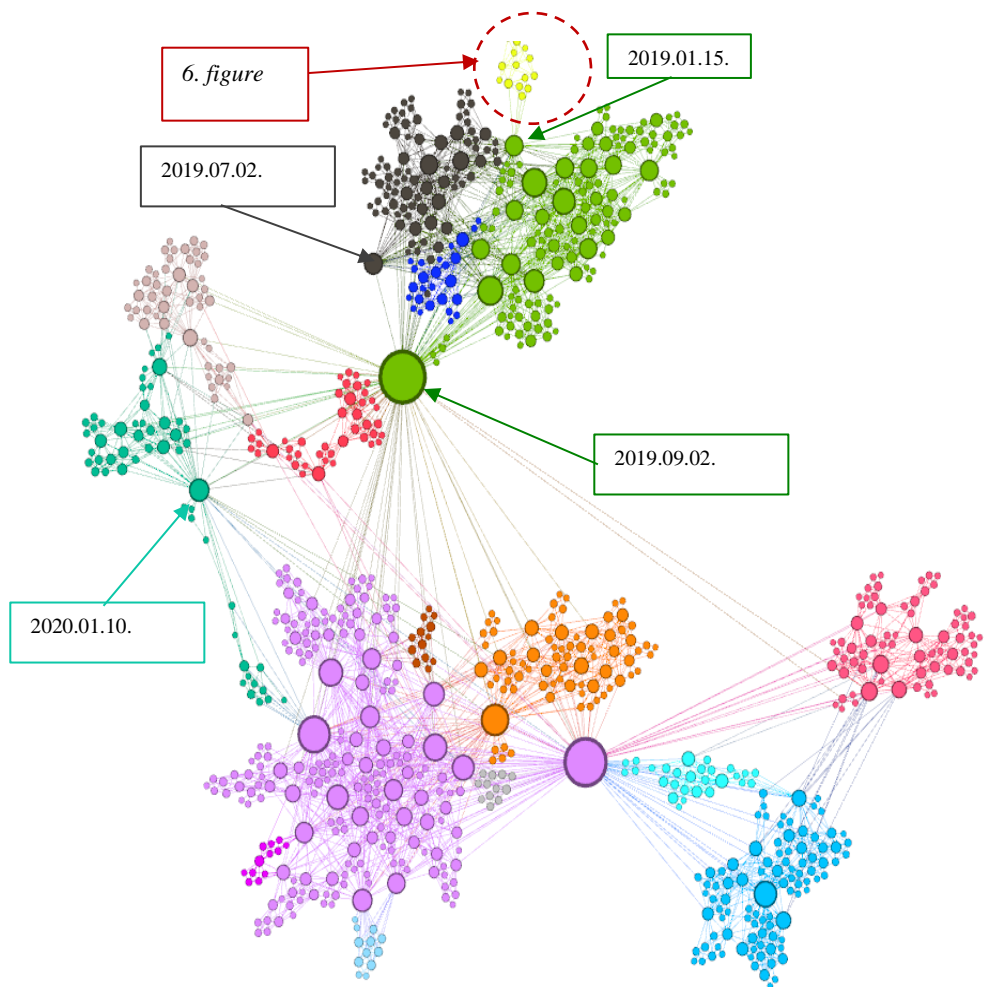
4. FIGURE: GRAPH FOR THE PERIOD 01.01.2019 TO 30.06.2020



Source: own elaboration

The diagrams already show one of the great advantages of the visibility graph: local maxima, minima and other significant dates and periods can be identified and delimited much more easily when plotted as a graph than in the traditional two-dimensional coordinate system, since the days are displayed in aggregate. In this thesis note, I briefly discuss the above (yellow) cluster to illustrate the methodology. In such a representation, only the few salient periods circled in red can be observed by visual inspection. After plotting as a graph, clusters (individual periods) and HUBs (the time points of interest) are easier to detect, both at the global and local level (Figure 5).

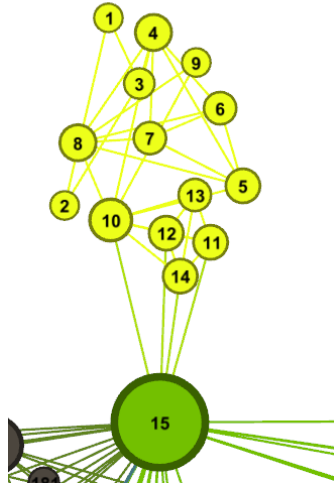
FIGURE 5: VISIBILITY GRAPH FOR THE PERIOD 01.01.2019 TO 30.06.2020



Source: own elaboration

Figure 5 shows a rapidly rising phase in early January 2019, followed by a decline in the first 2 weeks. This period is illustrated in the following figure.

FIGURE 7: SUBGRAPH (01.01.2019-2019.01.15.)



Source: own elaboration

The numbers shown in the figure above represent the days of the period instead of the dates. The number of days should not be interpreted as days of the year, but as days of the interval of the period under study! So 1 January 2020 is the 366th day of the period. The graph represents the first 15 days of the year 2019. Each point is associated with the days "visible" to it. The cluster in yellow covers the first two weeks of the year (days 1-14), which then joins a larger cluster through the 15th day of the year.

On this basis, the first 14 days cover a separate period, interrupted by the highest stock market price on the 15th. Here I would again return to the limitations of traditional time series plotting, since this section in Figure 4, for example, was not at all detectable by simple visual inspection for a data set covering a larger time interval. And based on my research findings above, I accept each of the three hypotheses put forward at the beginning of this chapter, which allow me to formulate the following three theses:

***Thesis3:** The clusters formed in the graphs can be used to determine the market events that occurred during the period under study. The periods sometimes overlap, resulting in subsets within the cluster.*

***Thesis4:** HUBs, the nodes with the highest number of degrees in a cluster, represent extreme market events. These most often take the form of price spikes.*

***Thesis5:** A cluster that does not have a clearly high number of nodes spans a quiet market period with low volatility.*

Finally, I examined the visibility graphs presented earlier by cluster and attempted to provide additional indicators to support some of the energy market trends discussed above. Based on my research so far, I found that such an approach has not been discussed in any of the previous research on the subject.

On the basis of my preliminary investigations, I put forward the following hypothesis:

H₆: The extreme events and the volatility of the exchange rate in a given period can be inferred from the standard deviation of the degree number in addition to the average degree number.

As I wrote about in my thesis, in the period between 01.01.2019 and 30.06.2019, extreme fluctuations occurred on the 240th and 245th day, namely on 28.08.2019 and 02.09.2019, both on the market and on the international energy exchange, which continuously spilled over to the Hungarian energy exchange. This has led to continuous price swings and correction periods. This has resulted in an increased number of HUBs with a high number of degrees in this cluster. The high volatility thus resulted in some periods of high volatility being "seen" further away, while dampening, corrective days could only be "seen" to their near neighbors. When the dispersion value is close to the average, moderate volatility is observed in the stock market. And low dispersion clearly suggests less volatile and predictable stock market trading, in this case no major production outages or periods of extreme demand surges. Based on a review of past market events and the values of the statistical indicators, I accept the hypothesis outlined at the beginning of this subsection, which leads me to formulate the following thesis.

Thesis: *The extreme events of the exchange rate in a given period can be inferred from the standard deviation of the number of degrees in addition to the average number of degrees. A standard deviation significantly higher than the average indicates extreme fluctuations in the stock price. Nevertheless, a dispersion value close to the mean indicates high volatility, but does not exclude the absence of price spikes in a given period. In market periods with significantly lower dispersion than the average, extremes can be excluded.*

Summary of new scientific findings from the dissertation

The Price Coupling of Regions (PCR) is a project to promote the integration of European energy exchanges, with the aim of developing a single price coupling solution. The gradual integration will result in more predictable electricity prices across Europe, taking into account the capacity of the network elements concerned. This is crucial to achieve the overall EU objective of a harmonised European electricity market. An integrated European electricity market is expected to increase liquidity, efficiency and social welfare. In my dissertation I studied the Czech Republic, Slovakia, Romania, Hungary, Slovenia, Austria, Germany, Italy, France and Spain. In selecting the countries, I had to take into account

the integration of power exchanges and the available data sets, their structure, the existence of cross-border capacity and its transmission capacity. Orders submitted by market participants in one country can be matched with orders submitted in a similar way by market participants in any other country within the reach of the IT systems, provided that the transmission capacity is available. Strong co-movements were observed between countries, but anomalies and price fluctuations were nevertheless transmitted almost immediately to the domestic market.

However, the new results of my doctoral thesis are mainly related to the time series analysis procedure used. The science of network theory has been applied to a number of disciplines, and to enhance this interdisciplinarity, I applied it to time series analysis, where I created graphs from time series using an algorithm. The basic idea of the procedure has been previously established (Lacasa et al., 2008; Lacasa et al., 2009; Lacasa et al., 2012), but subsequently relatively little attention has been paid to the procedure in the literature, focusing instead on the transmission of mathematical properties to graphs, without providing any concrete explanation of the meaning of changes in individual indicators. The results of my dissertation take this line of thought further and provide answers to the question of how these topological indicators provide additional information on economic and spatial aspects for energy price series in individual countries.

So, to summarize in a few sentences, the visibility graph procedure should be thought of as plotting each record in the time

series on a bar chart, and then thinking of each column as a tall building. If we stand on top of one of these "buildings", which other "buildings" can we see from there in a two-dimensional space? Returning to the original train of thought, from this point onwards, we connect the points in time that are visible to each other, so that an unbroken straight line can be drawn between them. They form an edge-connected pair of points in the resulting graph. Along this analogy, the graphs of the time series of each country inherit many of the properties of the original time series. In this way, as I discussed earlier in this thesis, time series that span long time intervals and contain many records can be analyzed more easily and yield a number of non-trivial results. I then tested the procedure first on theoretical time series and then on price series from some European countries' power exchanges.

For the theoretical time series, I have pointed out that different data structures lead to different graph structures. Monotone transformations of time series do not cause changes in the resulting graph structures, but larger ad hoc changes do change the topology of the network. Certain anomalies, such as price spikes, sudden price increases and then price drops, also appear in the graph structure, and global and local price maxima appear as HUBs (high degree nodes) in the network. The individual cycles are then clustered into clusters, which allow different market events and their durations to be delineated in the original data set.

The method is also suitable for examining spatial differences and identities, since data measured in different markets have different

network structures if they are lowly correlated. However, the results of my research show that the price series of the energy exchanges of the countries under study show a high degree of correlation and, consequently, a nearly identical structural structure. However, I still found differences in some topological measures due to the following factors:

- differences in energy mix ratios between countries;
- the weather exposure of renewables in developed markets;
- different values of cross border capacities;
- low flexibility of fossil fuel power plants in different regions;
- the high share of nuclear power in the French market;
- high share of photovoltaic and wind power capacity in the Spanish market;
- different policy reform patterns;
- different groupings within the PCR territorial integration, e.g. 4MMC.

The average number of degrees in each country's market provides information on the timeliness of different events. In countries with a higher share of nuclear energy (France, Slovakia, Slovenia) or renewable energy (Spain), the average number of degrees and the number of edges are only slightly above average. Below average values were only found in the Brownian series, suggesting that the degree metrics provide a good indication of the presence or absence of extreme shifts and price spikes in the market. Markets with significantly higher than average degree-

rate and average degree-rate values are predominantly fossil fuel based, and price fluctuations of fossil fuels cause extreme swings.

The average path lengths measured in the graphs reveal the volatility and extreme events in the spatial time series. In contrast to the average number of degrees, this indicator works by inverse analogy. In markets with fewer extreme events, the number of HUBs in the graphs is also lower. In the process, the average path length increases. In markets with higher volatility or more volatility, this path length is shorter and smaller. The average path length can also be associated with scale independence. In most cases, the degree distribution indicated scale dependence, and its decay is best described by a power function. In such a case, a few HUBs link individual clusters of networks, each spanning a smaller time period, a finding that provides the next novel result of my thesis.

The next step was to examine the clustering in graphs. In the observed areas, the clustering coefficients differ very little, but there is a greater heterogeneity in the number of clusters. Individual clusters tend to cluster around a single major market event. The algorithm I use is mainly sensitive to high values in the positive direction, and therefore clusters are formed around such events. HUBs in each cluster represented local maximum values, while HUBs observed in the entire graph detected a global maximum value.

The value of assortativity as a topological indicator depends mainly on the development of markets.

Due to the market structures studied, the vast majority of networks are assortative, but some, mainly in smaller, less developed markets, are disassortative. In the case of assortativity, nodes with high degree nodes are mainly connected to points with high degree nodes, while in the case of disassortativity, this connection is often mixed with low degree nodes with high degree nodes.

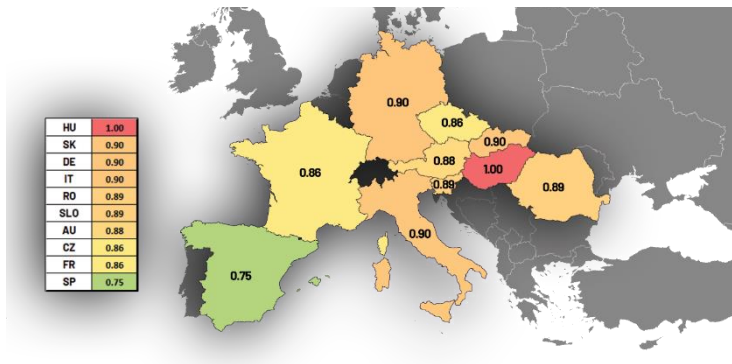
Studies on graphs use the Jaccard similarity coefficient to compare networks. In my thesis, I have slightly modified the idea of this metric, the main reason being that in the traditional calculation of Jaccard similarity, the individual distribution functions overlap. I have modified the calculation method so that the basis of the comparison is always the smaller set (in the case of my study, the area of the distribution). Based on the similarity matrix, I created a map showing the extent to which the energy markets of each country move together. Since the benchmark for the regional energy market is usually the German energy exchange, the first case of similarity was the German market. In the second case, as the HUPX Hungarian Energy Exchange is increasingly price-determining, the Hungarian market formed the benchmark.

The values of the overlap coefficient show that the two maps with different baselines display almost identical values in each area. On the one hand, this confirms that the Hungarian energy exchange also plays a dominant role in the regional energy exchange and, on the other hand, that there is a high co-movement of prices due to the interconnectedness of the areas.

Due to the high degree of integration and co-movement, I then used the visibility algorithm to examine the Hungarian HUPX exchange data in more detail. For this analysis

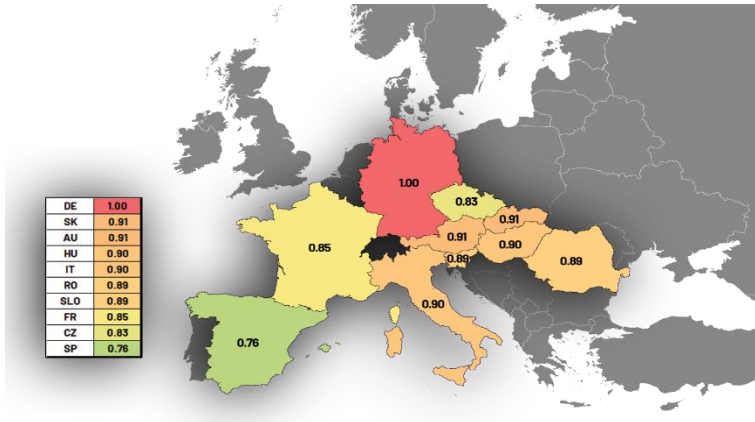
I was able to verify that for such a time series with many observations, the delineation of time periods becomes much easier when plotted as a graph than when plotted as a two-dimensional diagram.

TOTAL. FIGURE 1: OVERLAP COEFFICIENT VALUES (HUNGARY AS REFERENCE)



Source: own elaboration

TOTAL. FIGURE 2: OVERLAP COEFFICIENT VALUES (BENCHMARK GERMANY)



Source: own elaboration

The time series, represented as a graph, can be used to visualize individual days, highlights, market anomalies, their ups and downs, and extreme swings. Network theory can thus be integrated into a new field, reinforcing its multidisciplinary nature.

Literature cited in the thesis

- Anderson, P. W. (1972). More is different. *science*, 177(4047), 393-396.
- Bouchaud, J.-P., & Potters, M. (2000). *Theory of financial risks (Vol. 4)*. Cambridge University Press, Cambridge
From Statistical Physics to Risk
- Granero, M. S., Segovia, J. T., & Pérez, J. G. (2008). Some comments on Hurst exponent and the long memory processes on capital markets. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 387(22), 5543-5551.
- Grau-Carles, P. (2001). Long-range power-law correlations in stock returns. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 299(3-4), 521-527.
- Lacasa, L., Luque, B., Ballesteros, F., Luque, J., & Nuno, J. C. (2008). From time series to complex networks: The visibility graph. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 105(13), 4972-4975.
<https://www.pnas.org/content/105/13/4972>
- Lacasa, L., Luque, B., Luque, J., & Nuno, J. C. (2009). The visibility graph: A new method for estimating the Hurst exponent of fractional Brownian motion. *EPL (Europhysics Letters)*, 86(3), 30001.
- Lacasa, L., Nunez, A., Roldán, É., Parrondo, J. M., & Luque, B. (2012). Time series irreversibility: a visibility graph approach. *The European Physical Journal B*, 85(6), 1-11.
- Mantegna, R. N., & Stanley, H. E. (1999). *Introduction to econophysics: correlations and complexity in finance*. Cambridge university press.

- Marossy, Z. (2010). A spot villamosenergia-árak elemzése statisztikai és ökonofizikai eszközökkel= Analysis of spot electricity prices using statistical and econophysical methods [Budapesti Corvinus Egyetem].
- Zhuang, E., Small, M., & Feng, G. (2014). Time series analysis of the developed financial markets' integration using visibility graphs. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 410, 483-495. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.physa.2014.05.058>

Author's publications and conference presentations on this topic

Bakó Ferenc - Berkes Judit - Szigeti Cecília: Households' electricity consumption in Hungarian urban areas
ENERGIES 14 : 10 Paper: 2899 (2021)
<https://doi.org/10.3390/en14102899> Publication:
32023674 | Public Source Cite | Journal Article (Technical Paper) | Scientific |

Analysis of the income and price elasticity of electricity consumption with panel regression in the Visegrad countries. Conference: First National Interdisciplinary Scientific Conference on Climate Change;
Venue: Corvinus University of Budapest;
Organizer: Hungarian Scientific Panel on Climate Change
Date: 14.04.2021

Comparison of analytical methods in spatial forecasting Conference: Rural areas in the 21st century scientific conference; Location: Gödöllő, Organizer.
Date: 11.06.2019

Possibilities of application of artificial neural networks in forecasting regional economic growth Konferencia: Local, Regional and global challenges, International economics conference and workshop; Helyszín: Subotica
Organizer: Anikó Novák; Date: 2019.05.16. - 2019.05.17.

Applied econometrics to measure the economic performance for a country Conference: Cities, regions and digital transformations: Opportunities, risks and challenges; Helyszín: Lyon (Franciaország); Organizer:ERSA - 59th ERSA Congress
Data: 2019.08.27. - 2019.08.30.;

Creative Networks Conference: 6th IRI Economics Conference; Location: Párkány; Organizer: Tibor Karlovitz
Időpont: 2019.01.14 - 2019.01.15.

Estimation of industrial performance of Visegrad countries using artificial neural networks; Conference: XI Conference of Young Regionalists - The paths of metropolitan development in East-Central Europe - past, present and future, Győr; Location: Győr; Organizer: MRTT
Date: 2019.

The application of artificial intelligence in urban development Conference: Spatial Research in Central Europe; Location:Sopron; Organizer: Meeting of the Hungarian Regional Science Association; Date: 2019